



# 数学の世界をのぞいてみよう!

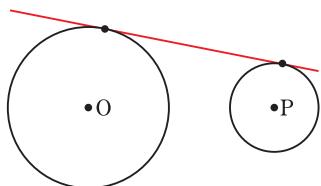
執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

## 第14回 2円の両方に接する直線を描いてみよう

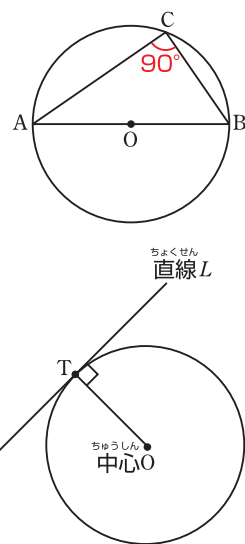
今回は、半径の異なる円Oと円Pの両方に右の図のように接する直線をどう描くかについて考えます。



### 円の性質と円の接線になるための条件

まずは、円の性質と円の接線になるための条件を確認しておきます（証明などを詳しく知りたい方は、第12回（12月15日付）の記事を読んでみてください）。

- 円の性質  
「円の直径を一边とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である」
- 円の接線になるための条件  
「中心がOである円Oの円周上の点Tを通る直線Lは、半径OTと垂直であるならば接線である」、すなわち、「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直ならば接線である」



この2つの原理は、2円の両方に接する直線を描くために大切な役割を果たします。

### 直角三角形がぴったり重なるための条件は？

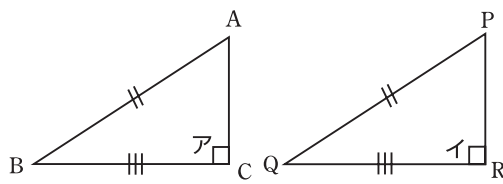
今までの連載の中で、三角形がぴったり重なるための条件（三角形の合同条件）を3つ確認してきました（根本原理として載せてあります）。ここでは、直角三角形という特別な三角形に対する合同条件を確認しておきましょう。

#### 問題 1

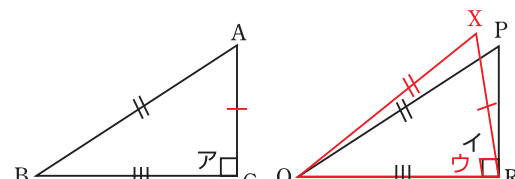
「直角三角形の斜辺（直角の向かいの辺）と他の一边が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ことを、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）」という根本原理を使って証明してください。

#### 証明

2つの三角形を△ABCと△PQRとし、△ABCのACとBCの間の角が直角（アとします）、△PQRのPRとQRの間の角が直角（イとします）、斜辺AB=PQ、他の一边BC=QRとします。



さらに、点Qを中心とし半径ABの円と点Rを中心とし半径ACの円の2つの交点のうち、直線QRに対して、Pと同じ側にある点をXとします。



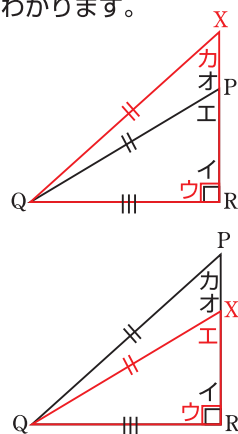
すると、図の描き方から、△ABCと△XQRは、三辺が互いに等しいので、ぴったり重なります。つまり、三角形の3つの角が互いに等しくなりますから、△XQRの二辺XRとQRの間の角をウとすると、△ABCの角アと△XQRの角ウは等しくなります。

ここで、△ABCの角アと△PQRの角イも等しかったので、結局、角イ=角ウになります。よって、辺XRと辺PRが重なるようになります。

ここで、点XとPが一致しないと仮定し（右の図のように2通りあります）、図のように、角エ、オ、カをおきます。どちらの図の場合でも、「三角形の内角の和は180度である」ことと、角イと角ウが直角（90度）であることから、角エと角カは、90度より小さいです。また、「3点X、P、Rがこの順で一直線上にあるならば、PXとPRのなす角が180度である」ことから、角オ=180度-角エなので、角オは90度より大きくなり、90度より小さい角カと90度より大きい角オは等しくなりません。

ところが、△PQXで、QP=QXより、「二等辺三角形の底角は等しい」ことから角オ=角カなので、矛盾が起こります。したがって、XとPは一致するとわかりました。

以上から、△XQRと△PQRは3つの頂点の位置が一致したので、ぴったり重なることができました。△ABCと△XQRもぴったり重なるので、結局、△ABCと△PQRはぴったり重なることが証明できました。

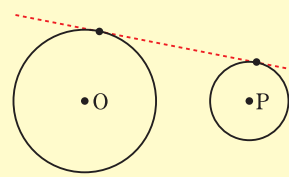


### 2円の両方に接する直線を描いてみよう

では、いよいよ、半径の異なる円Oと円Pの両方に接する直線を描いてみることにしましょう。今回のチャレンジ問題にするので、頑張ってくださいね。

#### チャレンジ問題

中心がOとPで半径の異なる円Oと円Pがあったとき、それら2円の両方に右の図の点線のように接する直線を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

円の性質と円の接線になるための条件をうまく使って考えてみましょう。第12回の記事を読んだ人は、チャレンジ問題をどう解決したかを思いだしてみるとよいでしょう。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

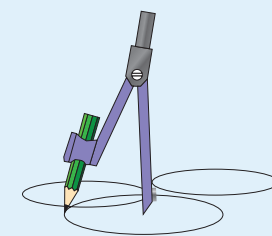
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### (根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。
- コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる（残りの辺と角も互いに等しい）。
- 一边とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい。
- 三角形の内角の和は180度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である。

#### (図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。