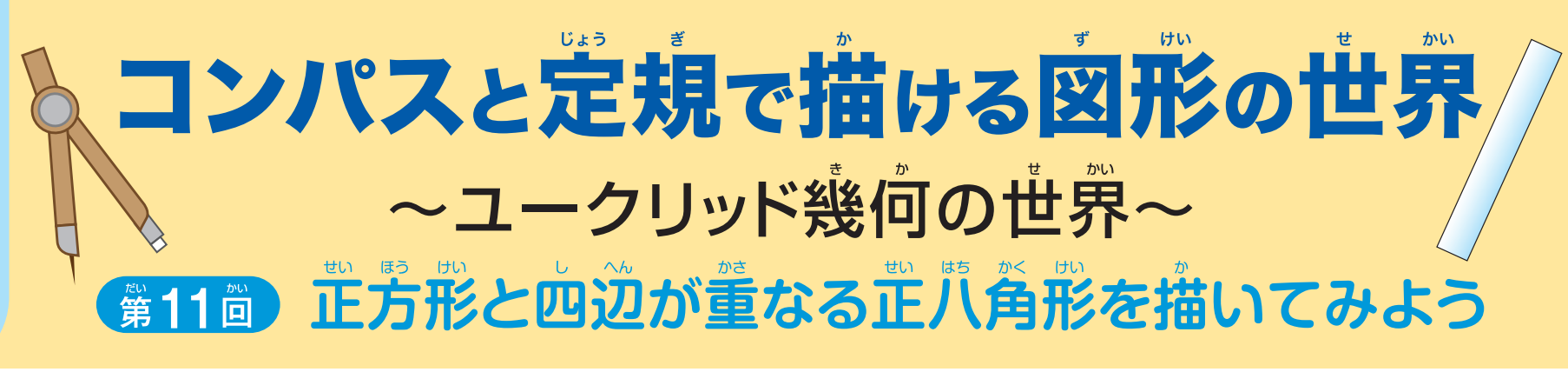




数学の世界を のぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

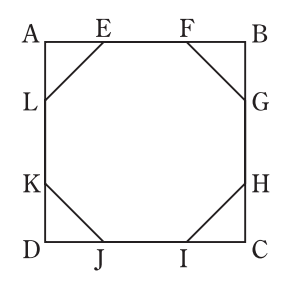


コンパスと定規で描ける図形の世界

～ユークリッド幾何の世界～

第11回 正方形と四辺が重なる正八角形を描いてみよう

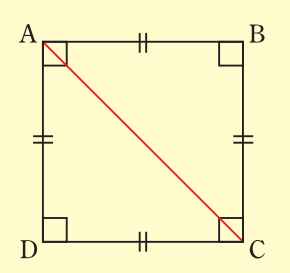
今回は、正方形が与えられているとき、右の図のように正方形と四辺が重なる正八角形をどう描くかについて考えていきます。そのための準備として、まずは、正方形の対角線の性質を確認してみましょう。



正方形の対角線の性質

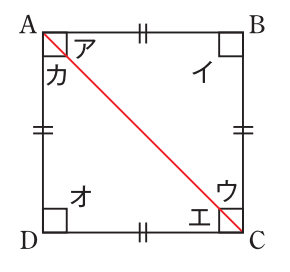
正方形は、四辺の長さがすべて等しく、4つの内角がすべて直角(90度)の四角形のこです。

問題1 正方形ABCDの対角線ACは、頂点A、Cにおけるそれぞれの内角を、45度ずつにわけるとを証明してみましょう。



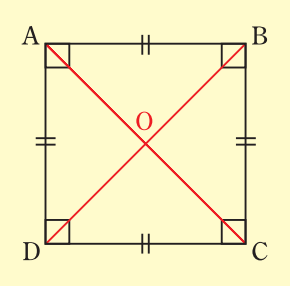
考え方 二等辺三角形の性質を思い出すと……。

証明 右の図のように、角ア、イ、ウ、エ、オ、カをおきます。四角形ABCDは正方形なので、BA=BC、角イ=90度です。よって、△ABCは、BA=BCの二等辺三角形なので、「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、角ア=角ウです。



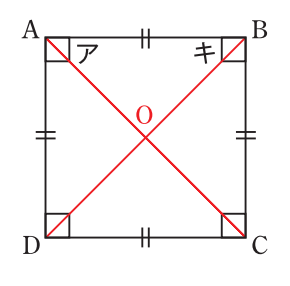
すると、「三角形の内角の和は180度」と角イ=90度から、角ア=角ウ=(180度-90度)÷2=45度とわかります。△ADCでも同様に考えて、角エ=角カ=45度です。以上から、角ア=角カ=45度、角ウ=角エ=45度なので、対角線ACが90度の内角を45度ずつにわけることが証明できました。

問題2 正方形ABCDの対角線ACとBDの交点をOとすると、OA=OB=OC=ODであることを証明してみましょう。



考え方 二等角が等しい三角形は……。

証明 △OABにおいて、右の図のように、角ア、キをおきます。**問題1**で証明したように、角ア=角キ=45度なので、「二角が等しければ二等辺三角形である」ことから、OA=OBです。

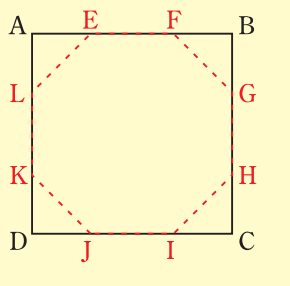


よって、△OBC、△OCDでも同様に考えて、OB=OC、OC=ODです。以上から、OA=OB、OB=OC、OC=ODなので、OA=OB=OC=ODであることが証明できました。

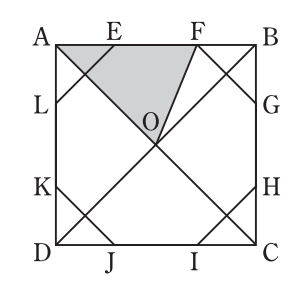
正方形と四辺が重なる正八角形を描いてみよう

さて、いよいよ、正方形と四辺が重なる正八角形(八辺の長さがすべて等しく、8つの内角がすべて等しい八角形)を描いてみたいと思います。今回のチャレンジ問題にしますので、頑張って考えてみてくださいね。

チャレンジ問題 正方形ABCDが与えられているとき、右の図のように、その正方形と四辺が重なるような正八角形EFGHIJKLを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方 いろいろな描き方が考えられますが、ここでは1つの方針を示しておきます。正方形ABCDの四辺と重なる正八角形EFGHIJKLに対して、正方形の対角線の交点をOとすると、△AOFはどのような三角形になっているか考えてみましょう。

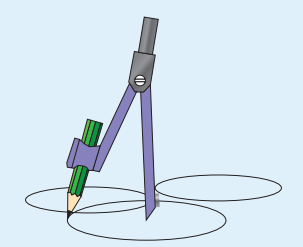


証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

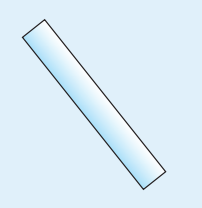
根本原理

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。
- ・コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる(3つの角も互いに等しい)。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる(残りの辺と角も互いに等しい)。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- ・対頂角は等しい。
- ・2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい。
- ・三角形の内角の和は180度である。



図を描くときの注意

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。