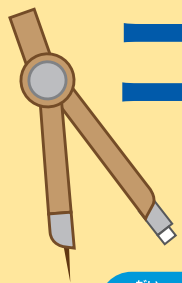




数学の世界を のぞいてみよう！

執筆・編集：佐藤 太郎



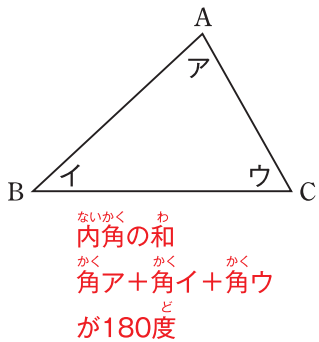
コンパスと定規で描ける図形の世界

～ユークリッド幾何の世界～

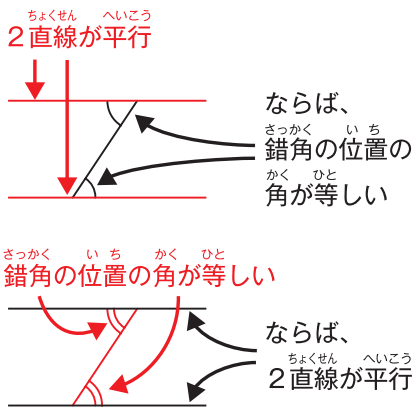
第7回

三角形の内角の和は180度を証明するには……

今回は、三角形の内角の和が180度になることをどうやって証明するのかを考えていきます。確認しておく、右の図の三角形ABCにおいて、角ア、イ、ウを三角形の内角といい、内角の和が180度とは、この角ア+角イ+角ウが180度になるということです。



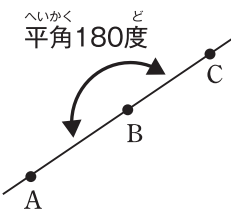
このことを証明するために、『2直線が平行（2直線が交わらない）であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』（平行線の性質）を使います（前回証明したのは、その逆の性質『2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である』でした）。



三角形の内角の和は180度

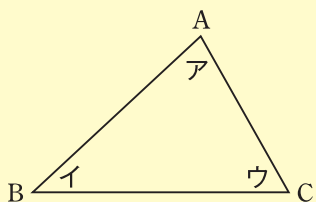
これも前回の記事で出てきましたが、右の図のようなBAとBCのなす角は、A、B、Cが一直線上にあるとき、平角といい、その大きさは180度になるのです。このことと、平行線の性質『2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』を使うと、『三角形の内角の和が180度である』ことを証明できます。

まずは、この証明を考えてみましょう。



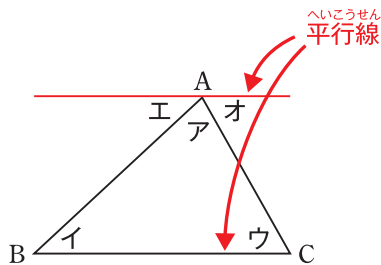
問題1

『三角形の内角の和が180度である』ことを、平行線の性質『2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』を利用して証明しましょう。



考え方

手がかりは平行線と錯角ですから、その両方が出てくるように、うまく補助線を引かなくてはいいけません。そこで右の図のように補助線を引くと……。



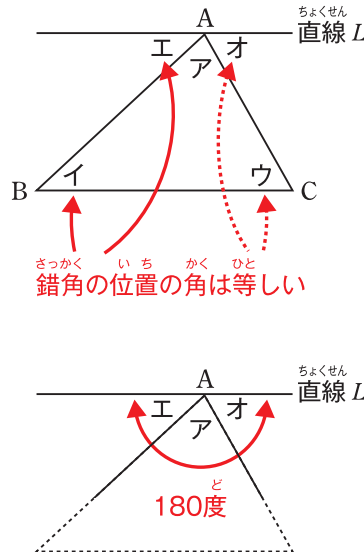
証明

点Aを通り辺BCを含む直線BCと平行な直線Lを引き、角の名前ア、イ、ウ、エ、オを、図のようにとります。

すると、平行線の性質『2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』より、角イ=角エ、角ウ=角オとわかります。

ここで、角ア+角エ+角オは、直線上の角なので、180度です。

よって、角エとオを、それぞれの角と等しい角イとウにとりかえた角ア+角イ+角ウも180度になります。すなわち、三角形の内角の和は180度です。

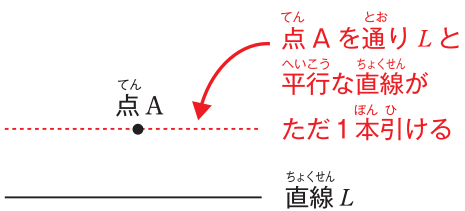


平行線の性質は証明できるの？

それでは、平行線の性質『2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』は証明できるのでしょうか。

このことを証明するためには、平行線に対する根本原理『直線LとL上にある点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本しかない』が必要になります。

前回証明した『2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である』を考えれば、Aを通る直線を錯角の位置の角が等しくなるように引くことで平行線が必ず描けますから、Aを通る平行線は必ず存在します。この平行線が1本だけだよということは、みなさん



もあたりまえだと思ってくれるでしょう。この性質は、あたりまえだからこそ証明しようがないので、新たな根本原理にしないといけないというわけです。

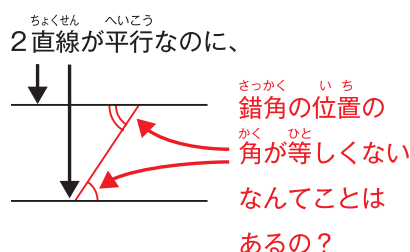
では、この平行線に対する根本原理から、平行線の性質を証明することを、今回のチャレンジ問題にしましょう。頑張って考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

『直線LとL上にある点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本しかない』ことから、『2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい』ことを証明してみましょう。

考え方

右の図のように、2直線が平行なのに、錯角の位置の角が等しくないとしたらどうなるかを考えてみてください。すると、矛盾が……。



証明のための根本原理と図を描くときの注意

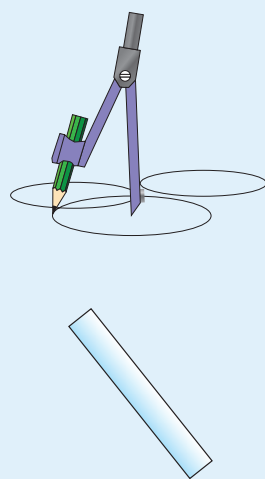
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

（根本原理）

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。
- ・コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる（残りの辺と角も互いに等しい）。

（図を描くときの注意）

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。