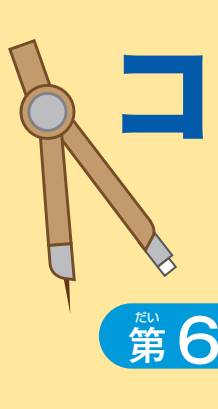




数学の世界をのぞいてみよう!

すう がく せ かい

執筆・編集：佐藤 太郎



コンパスと定規で描ける図形の世界

～ユークリッド幾何の世界～

じょう ぎ か ず けい せ かい

第6回 無限の彼方で交わるかどうかを確かめられる？

だい め かい む げん かなた まじ たし

今回は、2本の直線が交わらない（平行とい
います）という状況を考えます。2本の直線が
平行かどうかという、場合によっては無限の先
まで考えなければいけない状況を、どうやって
確認するのでしょうか。まずは、そのことを考えるための準備をしていきます。

直線上の角は180度

右の図のようなBAとBCのなす角は、A、B、Cが一直
線上にあるとき、平角といい、その大きさは180度にな
ります。
逆に、BAとBCのなす角が180度のときは、A、B、C
が一直線上にあるといえます。
このことを使うと、対頂角は等しいという性質が証明できます。

交わる2直線のなす角は等しい

右の図のような交わる2直線の作る4つの
角ア、イ、ウ、エのうち、アとウ、イとエをそ
れぞれ対頂角の位置にあるといいます。このと
き、アとウ、イとエのそれぞれが等しいことを
証明してみようと思います。どちらか一方を証
明すれば、残る一方の証明はまったく同じなの
で、アとウが等しいことを証明しておきましょう。

問題1
右の図のように交わる2直線LとM
がなす対頂角アとウが等しいことを
証明しましょう。

証明
角ア+角イは、直線M上の角なので、180度です。角ウ+角イも、直
線L上の角なので、180度です。
よって、角ア+角イと角ウ+角イは等しいとわかります。
したがって、両方の平角から共通の角イを引いた残りの角アと角ウは
等しいとわかります。

三角形の1つの内角の外角と残りの内角の大小は？

次の図のような三角形ABCの内部の3
つの角ア、イ、ウを「三角形の内角」といい、
角エ、オを「内角ウの外角」といいます。
問題1 から外角エとオは等しいとわか
ります。このとき、外角エ、オは、内角ア、
イのどちらよりも必ず大きくなることを
証明してみましょう。
角エが角アより大きいことが証明でき
れば、角エと等しい角オは角アより大き
いですし、同じように角オと角エが角イ
より大きいことも証明できます。そこで、
角エが角アよりも大きいことを証明する
ことにしましょう。

そのために、まず辺ACの中点Dをとり、BDのDのほうへの延長線に
BD=EDとなる点Eをとってみましょう。
すると、△ABDと△CEDがぴったり重なることが証明できて、このことか
ら、角エが角アよりも大きいことが証明できます。
このことを問題にしておきましょう。

問題2
右の図のような三角形ABCにおいて、外角エは
内角アより大きいことを証明しましょう。

証明
右の図のように、辺ACの中点を
Dとし、BDのDのほうへの延長
線の上に点EをBD=EDとなるよう
にとります。
そして、DBとDAのなす角をカ、
DCとDEのなす角をキ、DCとEC
のなす角をクとします。
すると、△DABと△DCEにおいて、DA=DC、DB=DEであり、対頂
角カとキは等しいです。
よって、△DABと△DCEは、二辺とその間の角が互いに等しいので、
ぴったり重なるとわかります。
したがって、角アと角クが互いに等しいとわかるので、図より、角ク
より大きい角エが、角クと等しい角アよりも大きいとわかります。

無限の彼方で交わるかどうかを確かめられる？

まず、右の図のように、2本の直線LとM
(平行でなくてもよいです)にもう1本の直線
Nが交わってできる8つの角のなかで、角アと
イ、角カとキを錯角の位置にあるといいます。
実は、この錯角の位置の角が等しいとき、2
本の直線LとMは平行であることが証明できる
のです。つまり、平行という、無限に伸びる直
線どうしが交わるかどうかという性質が、目の前の角が等しいかどうかだけ
で確認できるというわけです。この性質がなければ、私たちは無限に伸びる
直線どうしが交わるかどうかを確かめることができません。
この問題を今回のチャレンジ問題にしましょう。頑張っ
て考えてみてくださいね。

チャレンジ問題
『2直線において、錯角の位置の角が等し
ければ、その2直線は平行である』ことを
証明してみましょう。

考え方
錯角の位置の角が等しい2直線が交わっているとしたらどうなるかを
考えてみると……。

証明のための根本原理と図を描くときの注意
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を
描いたり証明したりするとき使う根本原理をまとめておきます。はじ
めてこの記事を読む人は参考にしてください。
〈根本原理〉
・定規で、2点を通る直線が引ける。
・コンパスで、与えられた点を中心とし、与えら
れた半径の円が描ける。
・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる
(3つの角も互いに等しい)。
・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴっ
たり重なる(残りの辺と角も互いに等しい)。
〈図を描くときの注意〉
・定規は目盛がないものとします。直線を引くこ
と以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。