



数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

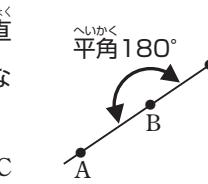
今日は、2本の直線が交わらない（平行といいます）という状況を考えます。2本の直線が平行かどうかという、場合によっては無限の先まで考えなければいけない状況を、どうやって確認するのでしょうか。まずは、そのことを考えるための準備をしていきます。

直線上の角は180度

右の図のようなBAとBCのなす角は、A、B、Cが一直線上にあるとき、平角といい、その大きさは180度になります。

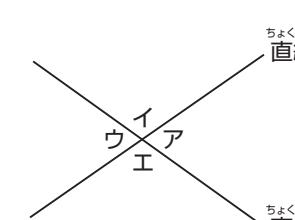
逆に、BAとBCのなす角が180度のときは、A、B、Cが一直線上にあるといえます。

このことを使うと、対頂角は等しいという性質が証明できます。



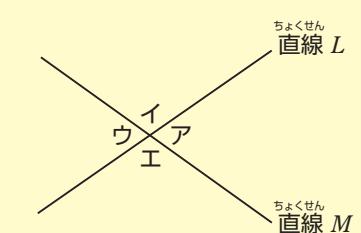
交わる2直線のなす角は等しい

右の図のような交わる2直線の作る4つの角ア、イ、ウ、エのうち、アとウ、イとエをそれぞれ対頂角の位置にあるといいます。このとき、アとウ、イとエのそれぞれが等しいことを証明してみようと思います。どちらか一方を証明すれば、残る一方の証明はまったく同じなので、アとウが等しいことを証明しておきましょう。



問題1

右の図のように交わる2直線LとMがなす対頂角アとウが等しいことを証明しましょう。



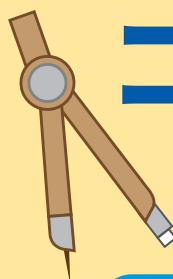
証明

角ア+角イは、直線M上の角なので、180度です。角ウ+角エも、直線L上の角なので、180度です。よって、角ア+角イと角ウ+角エは等しいとわかります。したがって、両方の平角から共通の角イを引いた残りの角アと角ウは等しいとわかります。

コンパスと定規で描ける図形の世界 ～ユークリッド幾何の世界～

第6回

むげん かなた まじ たし



無限の彼方で交わるかどうかを確かめられる？

三角形の1つの内角の外角と残りの内角の大小は？

次の図のような三角形ABCの内部の3つの角ア、イ、ウを「三角形の内角」といい、角工、オを「内角の外角」といいます。

問題1

から外角工とオは等しいとわかります。このとき、外角工、オは、内角ア、イのどちらよりも必ず大きくなることを証明してみましょう。

角工が角アよりも大きいことが証明できれば、角工と等しい角オは角アよりも大きいです。同じように角オと角エが角イよりも大きいことを証明できます。そこで、角工が角アよりも大きいことを証明することにしましょう。

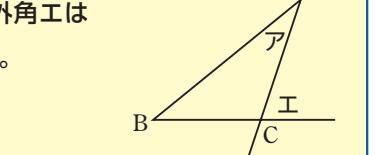
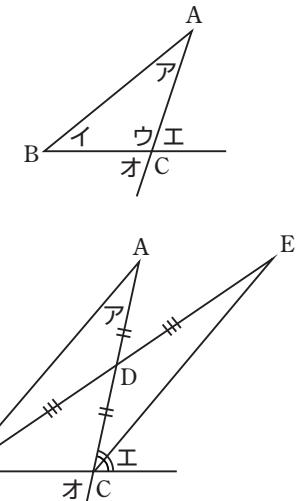
そのために、まず辺ACの中点Dをとり、BDのDのほうへの延長線上にBD=EDとなる点Eをとってみましょう。

すると、△ABDと△CEDがぴったり重なることが証明できて、このことから、角工が角アよりも大きいことが証明できます。

このことを問題にしておきましょう。

問題2

右の図のような三角形ABCにおいて、外角工は内角アよりも大きいことを証明しましょう。



証明

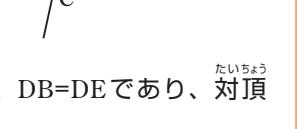
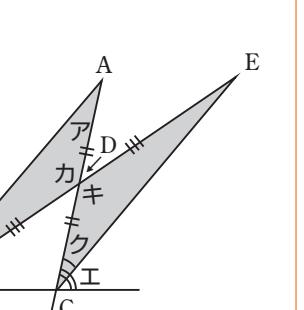
右の図のように、辺ACの中点Dとし、BDのDのほうへの延長線上に点EをBD=EDとなるようにとります。

そして、DBとDAのなす角をカ、DCとDEのなす角をキ、DCとECのなす角をクとします。

すると、△DABと△DCEにおいて、DA=DC、DB=DEであり、対頂角カとキは等しいです。

よって、△DABと△DCEは、二辺とその間の角が互いに等しいので、ぴったり重なるとわかります。

したがって、角アと角クが互いに等しいとわかるので、図より、角アよりも大きい角工が、角クと等しい角アよりも大きいとわかります。



無限の彼方で交わるかどうかを確かめられる？

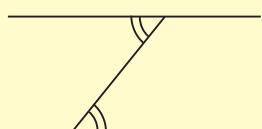
まず、右の図のように、2本の直線LとM（平行でなくてもよいです）にもう1本の直線Nが交わってできる8つの角のなかで、角アとイ、角カとキを錯角の位置にあるといいます。

実は、この錯角の位置の角が等しいとき、2本の直線LとMは平行であることが証明できるのです。つまり、平行という、無限に伸びる直線どうしが交わるかどうかという性質が、目の前の角が等しいかどうかだけで確認できるというわけです。この性質がなければ、私たちは無限に伸びる直線どうしが交わるかどうかを確かめることができません。

この問題を今回のチャレンジ問題にしましょう。頑張って考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

『2直線において、錯角の位置の角が等しいければ、その2直線は平行である』ことを証明してみましょう。



考え方

さっかくいちかくひとちよくせんまじ錯角の位置の角が等しい2直線が交わっているとしたらどうなるかを考えてみると……。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

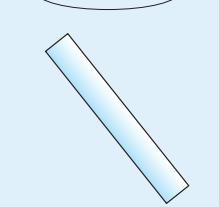
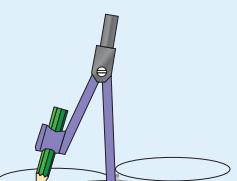
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

（根本原理）

- 定規で、2点を通る直線が引ける。
- コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴたり重なる（残りの辺と角も互いに等しい）。

（図を描くときの注意）

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。