



数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

今回は、円の一部から円の全体を復元するには、どうすればよいのかを考えていきます。

線分の垂直二等分線をどう描こう？

ある直線 L が線分ABの中点Mを通り、直線 L 上のM以外の点Cに対して、CMとAMのなす角アとCMとBMのなす角イが等しいとき、角アと角イを直角といい、直線 L を線分ABの垂直二等分線といいます。

まずは、コンパスと定規で図形を描くときに、線分の垂直二等分線をどうやって描くかについて考えましょう。

問題1

線分ABが与えられているとき、コンパスと定規を用いて、線分ABの垂直二等分線を描いてみましょう。

いろいろな描き方があるので、以下は1つの例です。

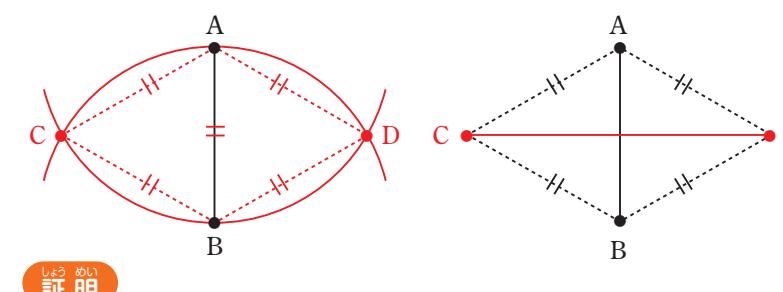
描き方

まず2点A、Bを描き、Aを中心とし半径ABの円とBを中心とし半径BAの円を描きます。

そして、その2つの交点をC、Dとします。

すると、四角形ACBDがひし形になります。

ここで、2点C、Dを通る直線を引けば、直線CDが線分ABの垂直二等分線になります。

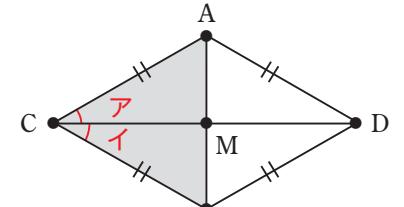


図の描き方から、四角形ACBDの四辺の長さは等しいので、四角形ACBDはひし形です。

すると、 $AC=BC$ 、 $AD=BD$ 、 $CD=CD$ となり、 $\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ は、三辺が互いに等しいので、ぴったり重なります。よって、 AC と DC の間

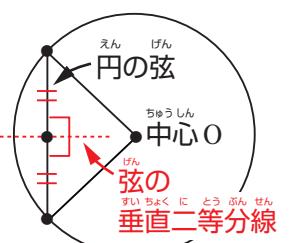
の角アと BC と DC の間の角イは等しくなります。

AB と CD の交点を M とすると、 $AC=BC$ 、 $CM=CM$ 、角ア=角イとなり、 $\triangle ACM$ と $\triangle BCM$ は、二辺とその間の角が互いに等しいので、ぴったり重なります。よって、 $AM=BM$ 、 AM と CM のなす角と BM と CM のなす角が等しいとわかり、直線 CD は線分 AB の垂直二等分線です。



円の中心は、必ず弦の垂直二等分線上にある

円周上の2点を結ぶ線分を、その円の弦といいます。弦の垂直二等分線を描くと、垂直二等分線は必ず円の中心を通ります。ここでは、このことの証明を考えてみたいと思います。

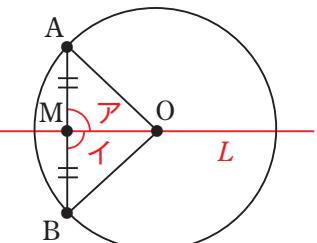


問題2

中心が点Oである円周上の2点A、Bを結ぶ弦ABが与えられているとき、弦ABの垂直二等分線Lが中心Oを通ることを証明してみましょう。

証明

弦ABの中点をMとします。すると、 $AM=BM$ です。また、円の半径なので $OA=OB$ です。さらに、OMが共通なので、 $\triangle OAM$ と $\triangle OBM$ は、三辺が互いに等しいので、ぴったり重なります。よって、 AM と OM の間の角アと BM と OM の間の角イは等しくなります。したがって、直線OMは弦ABの垂直二等分線になります。すなわち、弦ABの垂直二等分線は中心Oを通ります。



円の一部から、円の全体を復元できる？

ここまで考えてきた2つの問題をうまく使って解決できる問題として、円(周)の一部しかないときに、円(周)の残りの部分を描けるか、という問題を考えてみたいと思います。残りの円をコンパスを使って描くためには、中心と半径がわかつてないと描けませんよね。では、中心や半径はどうすればわかるのでしょうか。頑張って解決してみてくださいね。

チャレンジ問題

右の図のように、円周の一部だけが残っているとき、円周の残りの部分を、コンパスと定規を用いて、描いてみましょう。

考え方

円の中心を、コンパスと定規で円と直線を描いていくことで、どのように決められるのかが、ここで問題になっていることです。そのためには、問題2で証明したことが決め手になるのですが……。

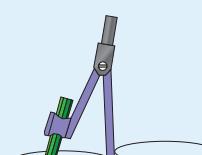
中心をどうやって決めよう？

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスと定規で描ける図形を調べていくこの記事も、今回で4回目になりました。前回までで、コンパスの使い方や、三角形がどんなときにぴったり重なるかなどについて調べ終わりました。そこで出てきた図を描いたり証明したりするときに使う根本原理を、ここでまとめおきます。はじめてこの記事を読む人は参考してください。

根本原理

- 定規で、2点を通る直線が引ける。
- コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺の長さが互いに等しい三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる（残りの辺と角も互いに等しい）。



注意

- 定規は目盛りがないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。