




数学の世界を のぞいてみよう！


執筆・編集：佐藤 太郎



コンパスと定規で描ける図形の世界

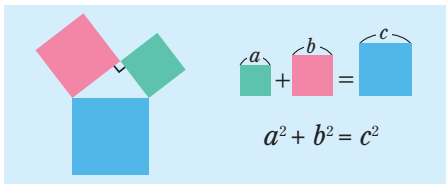
～ユークリッド幾何の世界～

第2回 コンパスと定規だけで角が等しいことを確かめられる？



数学は、数や図形について調べていく学問です。そして、どうしてそうなるのかという理由をとことん突き詰め、簡単な原理からすべてのことを説明していきます（証明と呼ばれています）。

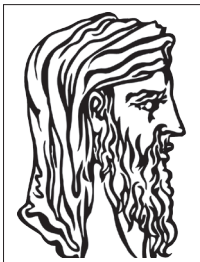
その証明をはじめたのが、2000年以上昔の古代ギリシャ人たちでした。それ以前の古代バビロニアや古代エジプトでも、社会生活に必要な数の計算が行われ、測量や建築で必要になる垂直を決めるために直角三角形の三辺の長さは求めていました。



しかし、これらの文明では、計算して得た答えを利用した痕跡は残っていても、理由を突き詰めた痕跡は残っていません。理由を突き詰め、簡単な原理からすべてを証明することをはじめた人たちがこそが、古代ギリシャ人たちだったのです。ここから数学がはじまりました。

この「コンパスと定規の幾何」の記事の主役は、その古代ギリシャ人のユークリッドです。

ユークリッドは、古代ギリシャの数学研究を集大成し、『原論』という本にまとめました。その『原論』の図形部分（ユークリッド幾何と呼ばれています）では、コンパスと定規で描ける図形にはどのようなものがあるかが調べられています。この記事でも、みなさんと一緒



ユークリッド

に、コンパスと定規で描ける図形について調べていきます。

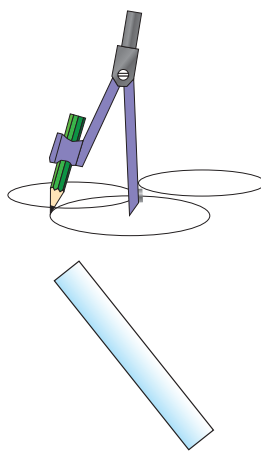
まず最初に、証明のための最も根本的な原理と図を描くときに注意しなければいけないことを確認しておきましょう。

〈根本原理〉

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。
- ・コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。

〈注意〉

- ・定規は目盛りがないものとします。直線を引くこと以外には使えません。



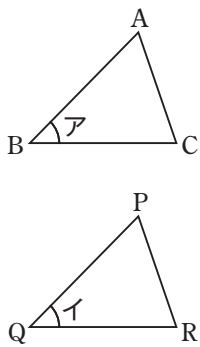
三辺が互いに等しい2つの三角形はぴったり重なる

今回は、コンパスと定規で図形を描くときに、描いた図形のなかの2つの角が等しくなる（ぴったり重なる）ことを、どうやって確かめるかについて考えていきます。

使える道具がコンパスと定規だけ、分度器は使えませんから、一体どうやって角が等しいことを確かめればいいのか途方に暮れてしまいそうです。

でも、解決するための方法が1つだけあるのです。

そのために必要になるのが、「三辺が互いに等しい2つの三角形はぴったり重なる（3つの角も互いに等しい）」という原理です。



左の図で対応する三辺がそれぞれ等しく、 $AB=PQ$ 、 $BC=QR$ 、 $CA=RP$ であれば、 A と P 、 B と Q 、 C と R を重ねることで、 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ がぴったり重なります。すると、例えば、角 A と角 P も、ぴったり重なるので等しくなります。

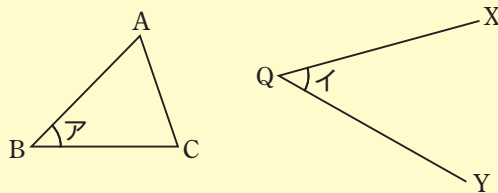
この原理さえあれば、分度器がなくても、コンパスと定規だけで角が等しいことが確認できるのです。

コンパスと定規だけで角が等しいことをどう確かめる？

さっそく、「三辺が互いに等しい2つの三角形はぴったり重なる」という原理で、どうやって角が等しいことを確かめるのかを考えていきましょう。

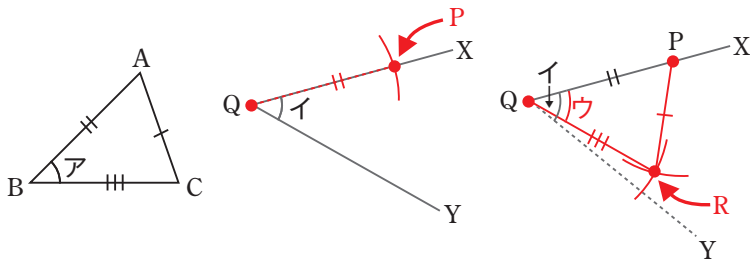
問題

下の図の角 A と角 P が等しいかどうかを、コンパスと定規で、円と直線を描くだけで確かめる方法を考えましょう。



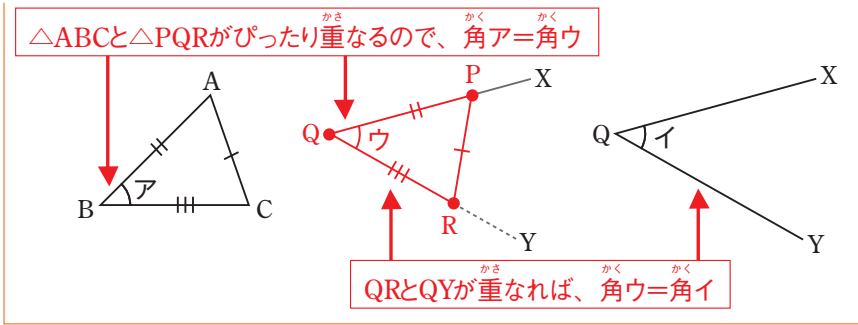
確かめ方

点 Q を中心とし半径 AB の円と線分 QX が線分 QX の X の方への延長線との交点を P とします。そして、点 Q を中心とし半径 BC の円と点 P を中心とし半径 AC の円の2つの交点のうち、直線 XQ に対して点 Y と同じ側にある点を R とします。この点 R が、直線 QY 上にある、すなわち、直線 QR と直線 QY が一致すれば角 A と角 P は等しく、一致しなければ角 A と角 P は等しくありません。



証明

図の描き方から、 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ は三辺が互いに等しいのでぴったり重なります。したがって、 $\triangle PQR$ において QP と QR の間の角 Q は角 A と等しくなります。角 Q と角 P が等しいかどうかは、 QP と QX が重なっている、 QR と QY が重なるかどうかで判断できます。

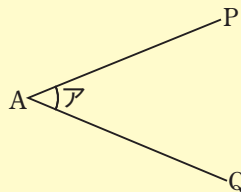


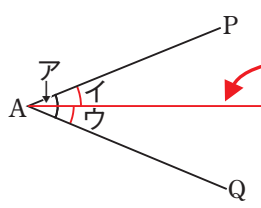
角の二等分線はどうやって描く？

では最後に、以下の問題を考えてもらって終わりにしましょう。

チャレンジ問題

右の図の角 A を二等分する直線を描いて、それが本当に二等分になっていることを証明してください。





角 A を二等分する線、つまり、左の図の角 P と角 Q が等しくなる線をどう描こう？

2つの角が等しいことは、それぞれの角を含む2つの三角形が、ぴったり重なることで確かめられます。そして、2つの三角形がぴったり重なることは、2つの三角形の三辺が互いに等しいことで確かめられるのでした。このことをどう利用するのか。それが、この問題を解決する鍵になります。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。