



# 数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

第98回

## ある条件をみたす点の作図



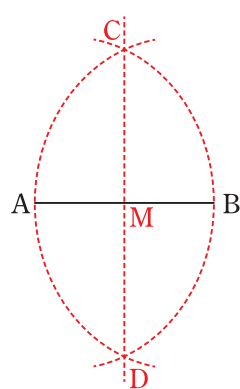
過去の記事の目次はこちら

<https://www.seg.co.jp/blog-category/math-world/>

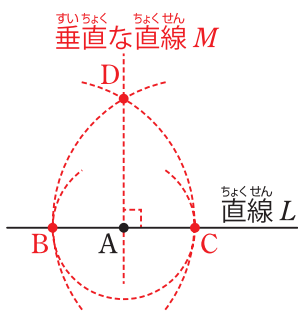
今回は、ある条件をみたす点の作図について考えます。

### いろいろな作図法の確認

まずは、線分の垂直二等分線の描き方を確認しておきます。線分ABが与えられているとき、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、ABとCDの交点Mが線分ABの中点になっており、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。証明を知りたい人は、第4回の記事（2016年4月21日付）をご覧ください。



次に、直線LとL上の点Aがあたえられているときの、Aを通りLと垂直な直線Mの描き方です。点Aを中心とする円を1つ描き、その円と直線Lとの交点をB、Cとします。点Bを中心とする半径BCの円と点Cを中心とする半径BCの円を描き、それら2円の交点のうち1つをDとします。そして、2点AとDを通る直線を描けば、その直線がLと垂直な直線Mになるのです。証明を知りたい人は、第8回の記事（2016年8月18日付）をご覧ください。

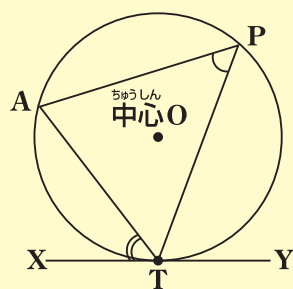


### 接弦定理

チャレンジ問題への準備として、1つ問題を考えてもらいます。

#### 問題1

右の図において、直線XYは点Tにおいて、円Oと接しています。このとき、「直線XYが円Oの接線であるならば、弦TAと半直線TXのなす角とPAとPTのなす角が等しい」ことを証明してみましょう。

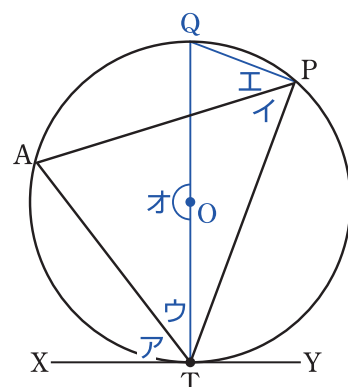


#### 考え方

接線の性質は何かを考えてみましょう。

#### 証明

TOのOの方への延長線と円Oとの交点をQとし、図のように、角アからオをおきます。角ウとエはどちらも弧AQに対する円周角なので、「共通の弧に対する円周角は等しい」ことから、角ウ=角エ…①です。



「3点T、O、Qがこの順に一直線上にあるならば、OTとOQのなす角は180度である」ことから、角オ=180度…②です。「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、角イ+角エ=角オ÷2…③です。

②③より、角イ+角エ=180度÷2=90度、よって、角イ=90度-角エ…④です。

「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、角ア+角ウ=90度、よって、角ア=90度-角ウ…⑤です。

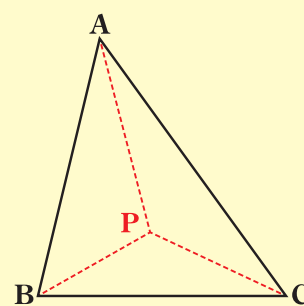
①④⑤より、角ア=角イであるとわかり、TAとTXのなす角とPAとPTのなす角が等しいことがわかりました。

### ある条件をみたす点の作図

それでは、問題1をヒントに、今回のチャレンジ問題に取り組んでみましょう。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

内角がすべて90度未満の三角形ABCの内部に、点Pを、ABとAPのなす角とBCとBPのなす角とCAとCPのなす角が等しくなるように、定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描かれていることを証明してみましょう。



#### 考え方

問題1を考えると……。

#### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときを使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

##### (根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

3点A、B、Cがこの順番で一一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一一直線上にある。

対頂角は等しい(図1)。

2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。

三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。

ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である(図3)。

- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。

二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。

二角が互いに等しい三角形は相似である。

三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。

ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分であり、共通の弧に対する円周角は等しい。

円の直径を一边とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である。

円に内接する四角形において、向かい合う二角の和は180度であり、1つの内角とその向かい合う内角に対する外角は等しい。

#### (図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。