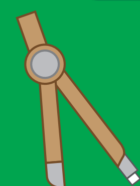
# 数学の世界をのぞいてみよう！

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

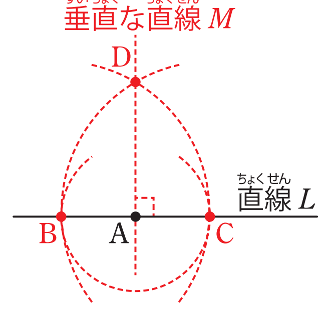


## 第96回 ある条件をみたす正三角形の作図

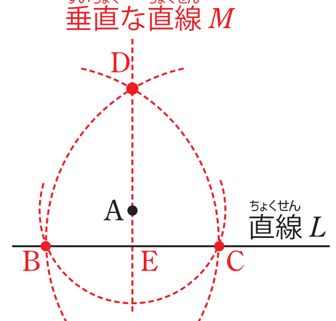
過去の記事の目次はこちらから
https://www.seg.co.jp/blog-category/math-world/

今回は、ある条件をみたす正三角形の作図について考えます。

### いろいろな作図法の確認




まず、直線$L$と$L$上の点Aがあたえられているときの、Aを通り$L$と垂直な直線$M$の描き方です。点Aを中心とする円を1つ描き、その円と直線$L$との交点をB、Cとします。点Bを中心とする半径BCの円と点Cを中心とする半径BCの円を描き、それら2円の交点のうちの1つをDとします。そして、2点AとDを通る直線を描けば、その直線が$L$と垂直な直線$M$になるのでした。証明を知りたい人は、第8回の記事（2016年8月18日付）を見てください。



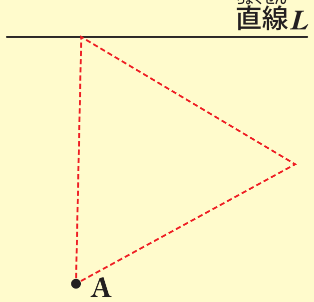

次に、直線$L$と$L$上にない点Aがあたえられているときの、Aを通り$L$と垂直な直線$M$の描き方です。点Aを中心とする円を1つ描き、その円と$L$との交点をB、Cとします。点Bを中心とする半径BCの円と点Cを中心とする半径BCの円を描き、それら2円の交点のうちの1つをDとします。そして、2点AとDを通る直線を描けば、その直線が$L$と垂直な直線$M$になります。証明は、△ABDと△ACDがぴったり重なることを示して、直線ADと直線$L$の交点をEとして、△BDEと△CDEがぴったり重なることを示せば、このことから垂直であるとわかります。

### ある条件をみたす正三角形の作図

チャレンジ問題への準備として、問題を1つ考えてもらいます。

**問題1**

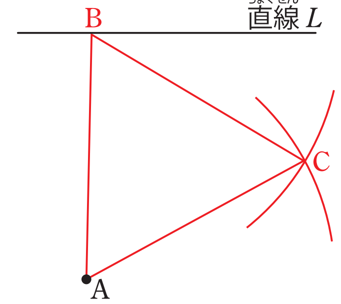
直線$L$と$L$上にない点Aがあたえられています。1辺が$L$と垂直、1つの頂点がA、もう1つの頂点が$L$上にある正三角形を定規とコンパスを用いて1つ描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。




**考え方**

正三角形とは、3辺すべてが等しい三角形のことでした。

**描き方**




記事の最初で確認したように、直線$L$と垂直で点Aを通る直線を描き、その直線と$L$との交点をBとします。Aを中心とした半径ABの円AとBを中心とし半径ABの円Bを描きます。円Aと円Bの2つの交点のうち1つをCとすると、△ABCが求める正三角形になっています。

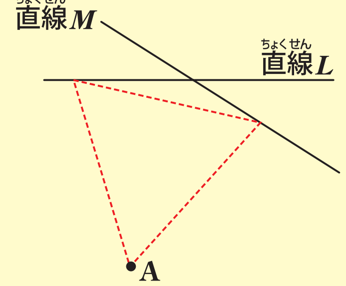
**証明**

図の描き方から、ABと直線$L$は垂直…①、AB＝BC＝CA…②です。
②より、△ABCは正三角形…③です。
①③より、この描き方で正しく図が描けていることがわかりました。

それでは、問題1をヒントに、今回のチャレンジ問題に取り組んでみましょう。頑張って考えてみてくださいね。

**チャレンジ問題**

なす角が60度ではない直線$L$、$M$と$L$、$M$上にない点Aが、右の図のようにあたえられています。1つの頂点がA、残りの頂点がそれぞれ$L$、$M$上にある正三角形を定規とコンパスを用いて1つ描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。




**考え方**

最終目標の正三角形と問題1の正三角形がどうつながっていくのでしょうか。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

〈根本原理〉

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい（図1）。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である（図3）。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分であり、共通の弧に対する円周角は等しい。
- 円の直径を一辺とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である。
- 円に内接する四角形において、向かい合う二角の和は180度であり、1つの内角とその向かい合う内角に対する外角は等しい。
- 円の接線と弦のなす角は、その弦を見込む円周角と等しい。

図1　対頂角

図2　錯角

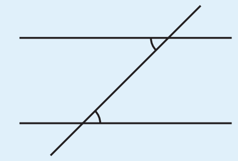
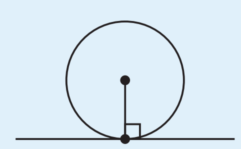


図3　円の接線



〈図を描くときの注意〉

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。