



# 数学の世界

## のぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

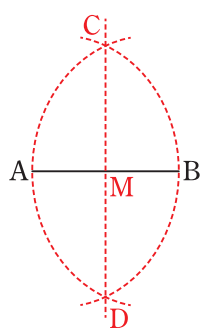
第94回

## ある条件をみたす円の作図 4

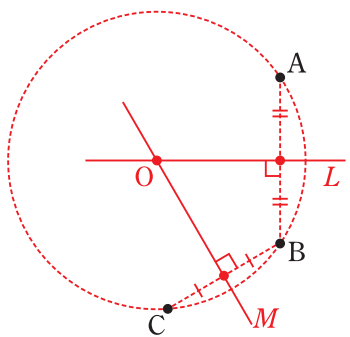
今回も、ある条件をみたす円の作図について考えます。

### 一直線上にない3点を通る円の作図法

まずは、線分の垂直二等分線の描き方を確認しておきます。線分ABが与えられているとき、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、ABとCDの交点Mが線分ABの中点になっており、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。証明を知りたい人は、第4回の記事(2016年4月21日付)を見て下さい。



そして、一直線上にない3点A、B、Cが与えられているとき、3点A、B、Cを通る円の描き方です。右の図のように、線分ABの垂直二等分線Lと線分BCの垂直二等分線Mを、上で解説したように描きます。すると、LとMの交点Oが3点A、B、Cを通る円の中心になるので、Oを中心とし半径OAの円を描けばよいことになります。証明を知りたい人は第45回の記事(2019年9月19日付)を見て下さい。

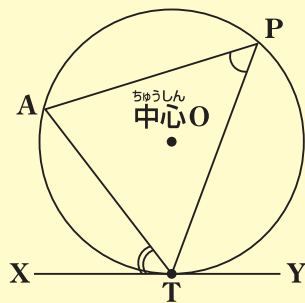


### 接弦定理の逆定理

チャレンジ問題への準備として、1つ問題を考えてもらいます。

#### 問題1

右の図において、直線XYは点Tを通っています。「TAとTXのなす角とPAとPTのなす角が等しいならば、直線XYが円Oの接線である」ことを証明してみましょう。

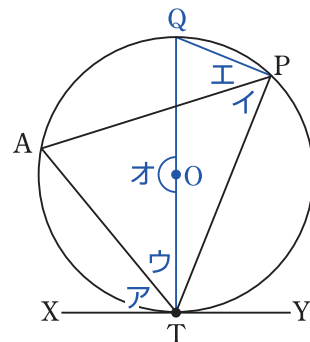


#### 考え方

接線を示すための根本原理は何かを考えてみましょう。

#### 証明

TOの延長線と円Oとの交点をQとし、図のように、角アからオをおきます。問題の仮定から、角ア=角イ…①です。角ウとエはどちらも弧AQに対する円周角なので、「共通の弧に対する円周角は等しい」ことから、角ウ=角エ…②です。「3点T、O、Qがこの順に一直線上にあるならば、OTとOQのなす角は180度である」ことから、角オ=180度…③です。角イ+角エは弧QATの円周角なので、「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、角イ+角エ=角オ÷2…④です。③④より、角イ+角エ=180度÷2=90度…⑤です。①②⑤より、角ア+角ウ=90度…⑥です。「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、⑥より、直線XYは円Oの接線であることがわかりました。

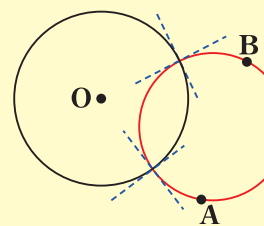


### ある条件をみたす円の作図 4

「ある点で交わる2円がその点において直交する」とは、「その点における2円の接線のなす角が直角(90度)である」ことをいいます。そして、「2円が直交する」とは、「2円が2つの交点の両方で直交する」ことをいいます。前回の記事では、「2円が2つの交点の一方では直交するなら、もう一方でも直交する」ことを証明したので、「2円の2つの交点のうち一方では直交する」ことがわかれば、「2円が直交する」とわかったこととなります。このことと、**問題1**をヒントに、今回のチャレンジ問題に取り組んでみましょう。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

中心Oの円Oと円Oの外側に点A、円Oの外側で直線OA上にない点Bが与えられています。このとき、点A、Bを通り、円Oと直交する円Cを定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

円Cを通る3点目は……。

#### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

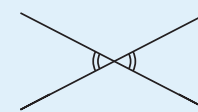
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときには根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### (根本原理)

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

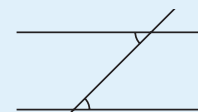
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。

図1 対頂角



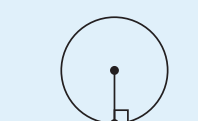
- ・2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。

図2 錯角



- ・三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。

図3 円の接線



- ・ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である(図3)。
- ・平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- ・3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。

- ・二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・二角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分であり、共通の弧に対する円周角は等しい。
- ・円の直径を一边とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である。
- ・円に内接する四角形において、向かい合う二角の和は180度であり、1つの内角とその向かい合う内角に対する外角は等しい。

#### (図を描くときの注意)

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。