企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

バックナンバーは右記アドレスにて公開中！＞https://www.seg.co.jp/

数学の世界をのぞいてみよう！

執筆・編集：佐藤 太郎

コンパスと定規で描ける図形の世界

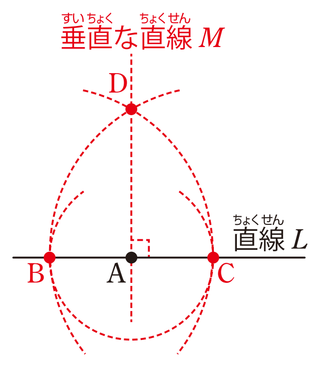
……ユークリッド幾何の世界……

第93回 ある条件をみたす円の作図３

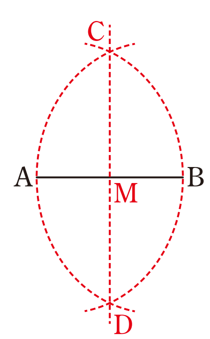
今回も、ある条件をみたす円の作図について考えます。

いろいろな作図法の確認

まず、直線LとL上の点Aが与えられているときの、Aを通りLと垂直な直線Mの描き方です。点Aを中心とする円を１つ描き、その円と直線Lとの交点をB、Cとします。点Bを中心とする半径BCの円と点Cを中心とする半径BCの円を描き、それら２円の交点のうちの１つをDとします。そして、２点AとDを通る直線を描けば、その直線がLと垂直な直線Mになるのでした。証明を知りたい人は、第８回の記事（2016年８月18日付）を見てください。



次に、線分の垂直二等分線や中点の描き方です。線分ABが与えられているとき、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その２円の交点をC、Dとします。このとき、２点C、Dを通る直線を描けば、ABとCDの交点Mが線分ABの中点になっており、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。証明を知りたい人は、第４回の記事（2016年４月21日付）を見てください。

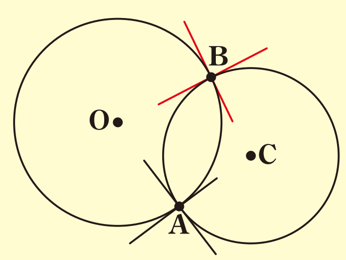


直交する２円

ある点を通る２円がその点において直交するとは、その点における２円の接線のなす角が直角（90度）であることをいいます（☆）。このことをふまえて、まずは、次の問題を考えてみましょう。

問題１

中心がOの円Oと円O上の点A、点Aを通り点Aにおいて円Oと直交する中心がCの円Cが与えられています。このとき、円Oと円Cが、点Aではないもう１つの交点Bでも直交することを証明してみましょう。

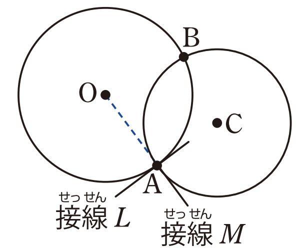


考え方

☆の性質をどう利用するか考えてみましょう。

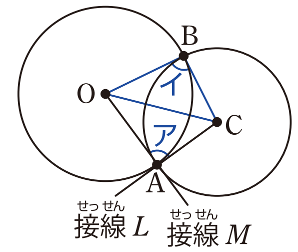
証明

点Aでの円Oの接線をL、円Cの接線をMとします。点Aで円Oと円Cは直交しているので、接線Lと接線Mは垂直…①です。「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、半径AOと接線Lは垂直…②です。



①②より、直線AOと接線Mは一致します。同様に考えて、直線ACと接線Lも一致します。

図のように角ア、イをおきます。△OACと△OBCにおいて、OA＝OB（半径）、CA＝CB（半径）、OC＝OC（共通）なので、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△OACと△OBCはぴったり重なります。よって、角ア＝角イ…③です。①③より、角イ＝90度…④です。「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、④より、直線OBは円Cの接線…⑤、直線BCは円Oの接線…⑥です。



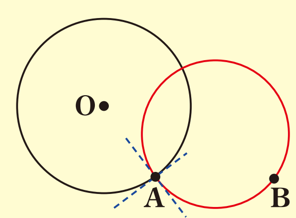
④⑤⑥より、点Bにおいて、円Oと円Cが直交するとわかりました。

ある条件をみたす円の作図３

それでは、問題１をヒントに、今回のチャレンジ問題に取り組んでみましょう。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

中心がOの円Oと円O上の点A、直線OA上にない点Bが図のように与えられています。このとき、点A、Bを通り点Aにおいて円Oと直交する円Cを定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

円Cの中心は……。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

〈根本原理〉

・定規で、２点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
・斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
・３点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、３点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
・対頂角は等しい（図１）。
・２直線において、錯角の位置の角が等しければ、その２直線は平行である。逆に、２直線が平行であれば、その２直線に対する錯角の位置の角は等しい（図２）。
・三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
・ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である（図３）。
・平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
・３本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る２本の線分の長さの比は常に等しい。
・二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
・二角が互いに等しい三角形は相似である。
・三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
・ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。
・円の直径を一辺とし、円周上に３つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である。
・円に内接する四角形において、向かい合う二角の和は180度であり、１つの内角とその向かい合う内角に対する外角は等しい。

図１　対頂角

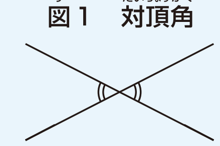


図２　錯角

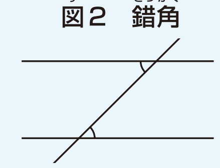
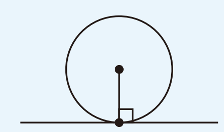


図３　円の接線



〈図を描くときの注意〉

・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。