

# 数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

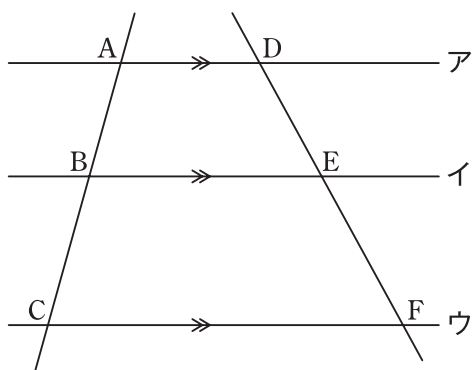
第84回

## 定規のみを使って、平行線を作図しよう

今回は、線分とその中点が与えられているとき、その線分の延長線上にない点を通る平行線を、定規のみを使って作図することを考えます。

### 3本の平行線が切り取る線分の長さの比

まず、**問題1**、**チャレンジ問題**の両方で使う根本原理を確認しておきます。「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しくなる」(平行線と線分比の原理)がわかります。証明が知りたい人は、第30回の記事(2018年6月21日付)をご覧ください。



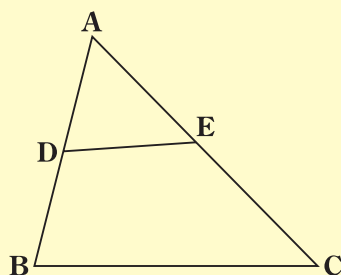
直線ア、イ、ウが平行ならば、  
 $AB : BC = DE : EF$

### 平行線と線分比の原理の逆の性質

チャレンジ問題で利用する、平行線と線分比の原理の逆の性質になる、「線分の比が等しいときに平行であることがわかる」という原理を証明しておきましょう。

#### 問題1

△ABCの辺AB上に点Dを、辺AC上に点Eを、 $AD : DB = AE : EC$ となるようにとります。このとき、直線BCと直線DEが平行であることを証明してください。

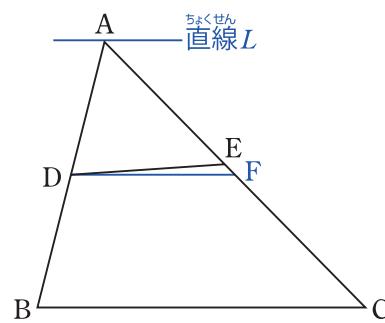


#### 考え方

平行線と線分比の原理を利用すると……。

#### 証明

問題の仮定から、 $AD : DB = AE : EC$ …①です。辺AC上に点Fを、DFとBCが平行となるようにとり、点Aを通りBCと平行な直線Lを引きます。



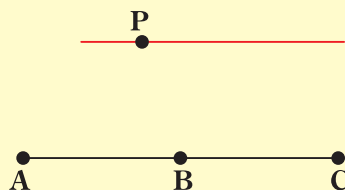
よって、直線LとDFとBCは平行…②です。「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい」ことから、②より、 $AD : DB = AF : FC$ …③です。①③より、 $AE : EC = AF : FC$ なので、点EとFは一致します。よって、DEとDFは一致するので、②より、DEはBCと平行であることがわかります。

### 定規のみを使った平行線の作図

それでは、今回のチャレンジ問題です。はじめに確認した、「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しくなる」(平行線と線分比の原理)ことと、その逆の性質である**問題1**が解決のカギになります。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

線分ACとその中点Bが与えられており、さらに、直線AC上にない点Pが与えられています。このとき、点Pを通りACと平行な直線を、定規のみを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし、定規は直線を描くことしかできません。



#### 考え方

**問題1**がヒントになります。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときには根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### (根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい(図1)。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である(図3)。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。
- 円の直径を一辺とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である。

図1 対頂角

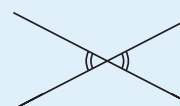


図2 錯角

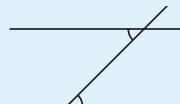
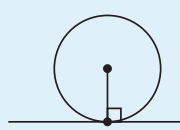


図3 円の接線



#### (図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。