



# 数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

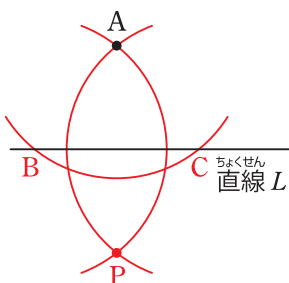
第81回

## 角が等しくなる点を作図しよう

今回は、角が等しくなる点を作図することを考えます。

### いくつかの作図法の確認

直線Lとその直線上にない点Aが与えられているときの、直線Lに対して点Aと対称な点Pの描き方をおさらいしておきます。点Aを中心とし直線Lと2点で交わるように円Aを描き2つの交点をB、Cとします。Bを中心とし半径ABの円BとCを中心とし半径ACの円Cを描き、円Bと円Cの交点のうちAではない方をPとすると、このPが求める点になっています。証明を知りたい人は、第66回の記事(2021年6月17日)をご覧ください。また、この作図において直線APと直線Lは垂直なので、与えられた点Aを通り、与えられた直線Lと垂直な直線の作図法にもなっています。

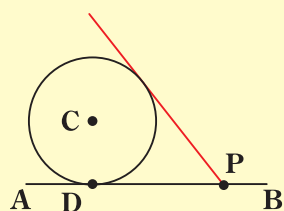


### 円の接線の作図

それでは、チャレンジ問題の準備として、円の接線の作図について確認しておきましょう。

#### 問題 1

線分AB、線分ABと接する中心がCで接点がDの円C、線分AB上の点Pが、図のように与えられています。このとき、Pから円Cに引いたABではない接線を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

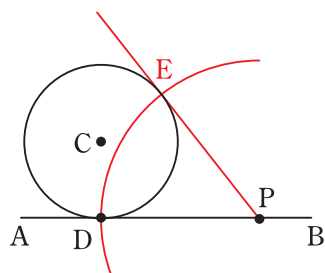


#### 考え方

どんな直線が円の接線になるのかを考えると……。

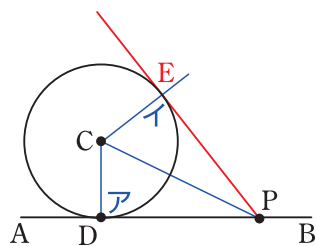
#### 描き方

Pを中心とし半径PDの円Pを描き、円Cとの2つの交点のうちDではない方をEとします。そして、2点P、Eを結ぶ直線を描くと、その直線が求める接線になります。



#### 証明

図のように角をア、イとおきます。問題の仮定から、ABは円Cの点Dでの接線…①です。図の描き方から、PD = PE…②です。△PCDと△PCEにおいて、②とCD = CE (半径)、PC共通より、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△PCDと△PCEはぴったり重なります。よって、角ア = 角イ…③です。「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、角ア = 90度…④です。③④より角イ = 90度なので、「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、PEは円CのABではない接線になっています。したがって、正しく作図できているとわかりました。

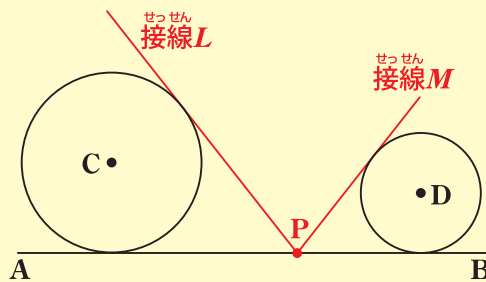


### 角が等しくなる点を作図しよう

それでは、今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

線分ABと、直線ABに対して同じ側にあり線分ABと接する(中心がC、Dの)円Cと円Dが、図のように与えられています。このとき、線分AB上の点Pと、Pから円Cに引いたABではない接線L、Pから円Dに引いたABではない接線Mを、ABとLのなす角とABとMのなす角が等しくなるように、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

問題 1 がヒントになります。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときには根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### (根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい(図1)。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である(図3)。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

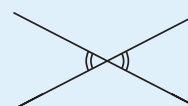


図2 錯角

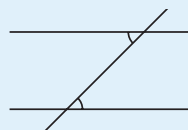
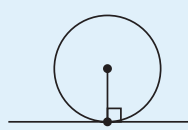


図3 円の接線



#### (図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。