



# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

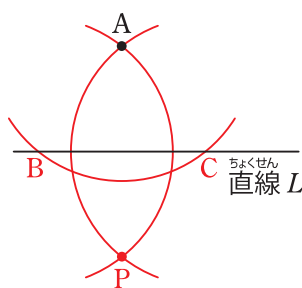
第79回

## 角が等しくなる点を作図しよう2

今回は、角が等しくなる点を作図することを考えます。

### いくつかの作図法の確認

直線Lとその直線上にない点Aが与えられているときの、直線Lに対して点Aと対称な点Pの描き方をおさらいしておきます。



点Aを中心とし直線Lと2点で交わるように円Aを描き2つの交点をB、Cとします。

Bを中心とし半径ABの円BとCを中心とし半径ACの円Cを描き、円Bと円Cの交点のうちAではない方をPとすると、このPが求める点になっています。

証明を知りたい人は、第66回の記事(2021年6月17日付)をご覧ください。

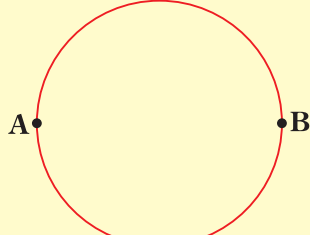
また、この作図において直線APと直線Lは垂直なので、与えられた点Aを通り、与えられた直線Lと垂直な直線の作図法にもなっています。

### 与えられた2点を直径とする円の作図

それでは、チャレンジ問題の準備として与えられた2点を直径の両端とする円の作図について確認しておきましょう。

#### 問題1

2点A、Bが与えられているとき、2点A、Bを直径の両端とする円をコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

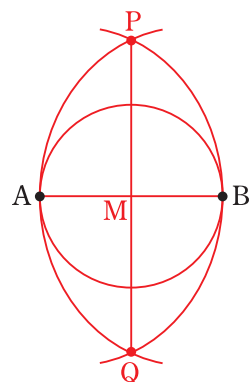


#### 考え方

円の中心を作図するには……

#### 描き方

Aを中心とし半径ABの円とBを中心とし半径ABの円を描き、それら2円の2つの交点をP、Qとします。



そして、2点A、Bを結ぶ直線と2点P、Qを結ぶ直線を描き、それら2直線の交点をMとします。

その点Mを中心とし半径AMの円を描くと、その円がA、Bを直径の両端とする円になります。

#### 証明

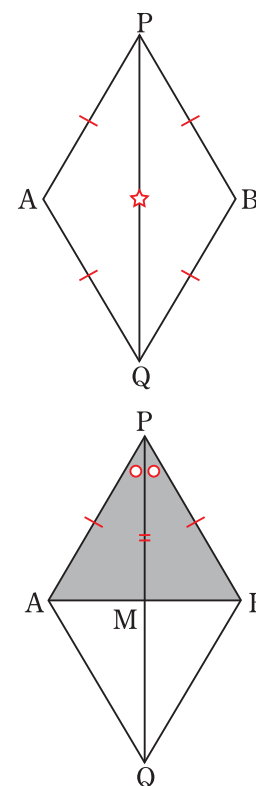
△APQと△BPQにおいて、図の描き方から、 $AP=BP(=AB)$ 、 $AQ=BQ(=AB)$ 、 $PQ$ は共通なので、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△APQと△BPQはぴったり重なります。

よって、PAとPQのなす角とPBとPQのなす角は等しくなります。

すると、△APMと△BPMにおいて、[PAとPQのなす角]=[PBとPQのなす角]、 $PA=PB$ 、PMは共通なので、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△APMと△BPMはぴったり重なります。

よって、 $AM=BM$ です。

すると、Mを中心とし半径AM(=BM)の円は、ABが直径の円になります。

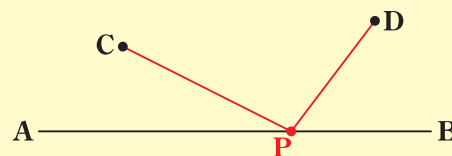


### 角が等しくなる点を作図しよう

それでは、今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

線分ABと2点C、Dが図のように与えられているとき、線分AB上に点Pを、PAとPCのなす角の2倍とPBとPDのなす角が等しくなるようにコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

円をうまく利用することが鍵になります。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときには根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### (根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい(図1)。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である(図3)。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

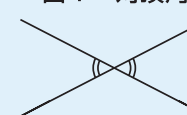
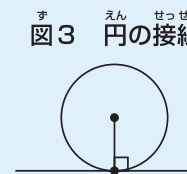


図2 錯角



図3 円の接線



#### (図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。