



数学の世界

のぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

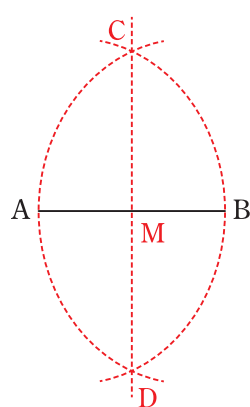
第77回

消えた正方形を復元しよう

今回は、消えた正方形を復元することを考えます。

線分の垂直二等分線の描き方

線分の垂直二等分線の描き方をおさらいしておきます。線分ABが与えられているとき、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、ABとCDの交点Mが線分ABの中点になっており、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。証明を知りたい人は、第4回の記事（2016年4月21日付）を見てください。

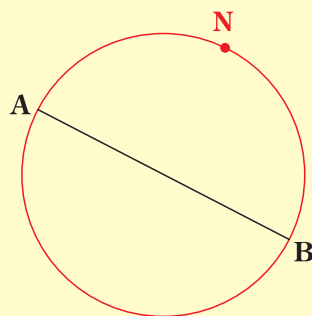


チャレンジ問題のための作図問題

それでは、チャレンジ問題への準備として、1つ問題を考えてみましょう。

問題 1

線分ABが与えられているとき、直径ABの円とその円の半円弧ABの中点、すなわち、弧ANと弧BNが等しくなるような点Nを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

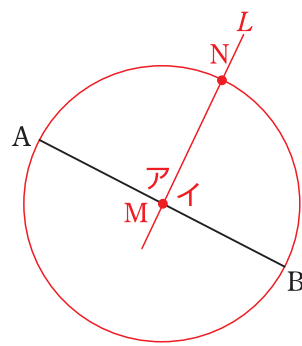
線分ABに対し、どんな直線を引くと弧ABの中点を通るかを考えてみましょう。

描き方

本文の記事のように線分ABの垂直二等分線Lを描き、線分ABとの交点をMとします。Mを中心とし、半径AMの円Mを描き、Lと円Mの2つの交点のうち1つをNとすると、円Mと点Nが求めるものになります。

証明

図のように、角A、イをおきます。すると、図の描き方から、角A=角イ=90度…①、AM=BM…②であり、円Mは線分ABを直径とする円になっています。



①より、扇形MANと扇形MBNの中しんかくは90度です。したがって、弧ANの長さ=円周の長さ×90度÷360度=円周の長さ÷4…③、弧BNの長さ=円周の長さ×90度÷360度=円周の長さ÷4…④です。

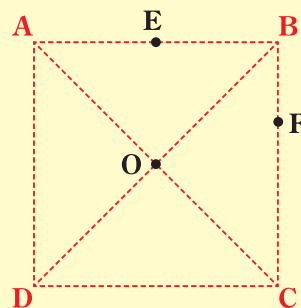
よって、③④より、弧ANの長さ=弧BNの長さなので、点Nは弧ABの中点であることが証明できました。したがって、正しく図が描けていることが証明できました。

消えた正方形を復元しよう

それでは、今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

図のように、正方形ABCDの辺AB、BC上に点E、Fがあり、対角線の交点Oが描かれています。この図の3点E、F、O以外が消えてしまったときに、消えた正方形をコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

問題 1 がヒントになります。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

(根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい (図1)。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい (図2)。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である (図3)。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

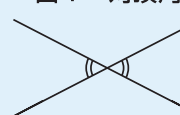


図2 錯角

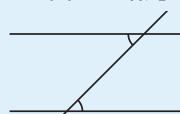
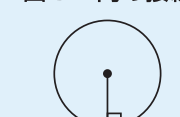


図3 円の接線



(図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。