



# 数学の世界

## のぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

# コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

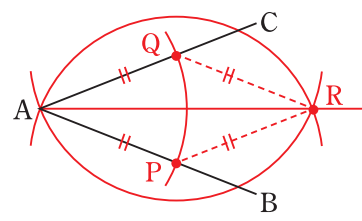
第76回

## 互いに接する3つの円を描こう

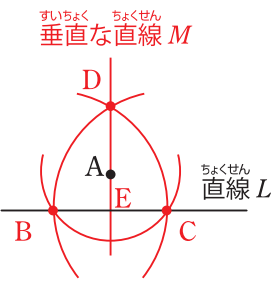
今回は、互いに接する3つの円を作図します。

### いくつかの作図法の確認

まずは、角の二等分線の描き方をおさらいしておきます。一直線上にない3点A、B、Cが与えられています。線分AB上に点Pをとり、コンパスでAを中心とする半径APの円を描き、その円と線分AC、または、ACのCの方への延長線との交点をQとします。そして、コンパスで、Pを中心とする半径PAの円とQを中心とする半径QAの円を描き、それら2円の2交点のうちAではない点をRとします。すると、直線ARが、ABとACの間の角の二等分線になります。証明は、第2回の記事（2016年2月18日付）にあります。



次に、与えられたある点を通り、与えられたある直線と垂直な直線のコンパスと定規を用いた描き方を確認しておきましょう。直線Lと点Aが与えられているとき、点Aを通り直線Lと垂直な直線Mを描くには、右の図のように点Aを中心とする円を1つ描き、その円と直線Lとの交点をB、Cとします。次に、点Bを中心とする半径BCの円と点Cを中心とする半径BCの円を描き、それら2円の交点のうち1つをDとします。そして、2点AとDを通る直線を描けば、その直線が直線Lと垂直な直線Mになるのです。証明は、まず、三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なることから、△ABDと△ACDはぴったり重なることがわかります。すると、直線ADと直線Lの交点をEとして、△BDEと△CDEがぴったり重なることが証明でき、直線Lと直線Mが垂直とわかります。証明は各自で考えてみてください。

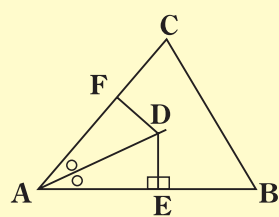


### チャレンジ問題への準備

チャレンジ問題のヒントになる問題に取り組んでおきます。

#### 問題1

△ABCにおいて、ABとACのなす角の二等分線上に点Dをとり、DからABに下ろした垂線の足をEとします。さらに、AC上に点FをAE=AFとなるようにとります。このとき、ACとDFが垂直であることと、DE=DFであることを証明してみましょう。

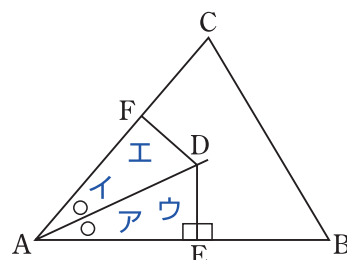


#### 考え方

ぴったり重なる三角形を考えましょう。

#### 証明

図のように、角AからEをおきます。問題の仮定より、角A=角イ…①、角ウ=90度…②、AE=AF…③です。△ADEと△ADFにおいて、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、AD共通と①③より、△ADEと△ADFはぴったり重なる…④とわかります。④より、角ウ=角イ…⑤なので、②⑤より、角イ=90度、つまり、ACとDFは垂直であることがわかります。また、④より、DE=DFであることもわかります。



### 互いに接する3つの円の作図

2つの円が1つだけ共有点をもつとき、それらの2円は接しているといい、下の図1の場合を外接する、図2の場合を内接するといいます。それでは、今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてください。

図1

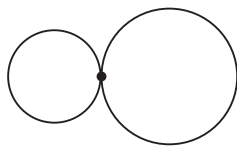
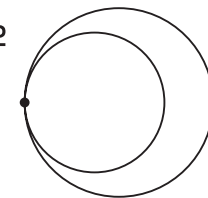
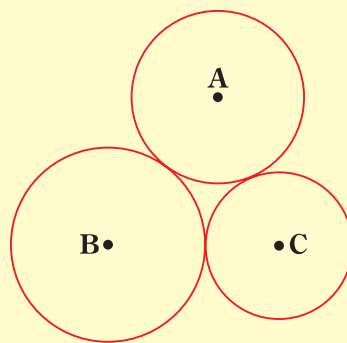


図2



#### チャレンジ問題

一直線上にない3つの点A、B、Cが与えられています。A、B、Cのそれぞれを中心とする円A、円B、円Cが互いに外接するようにコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

問題1をヒントに考えてみましょう。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときには根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### (根本原理)

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい(図1)。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である(図3)。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

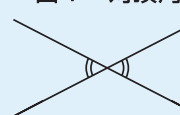


図2 錯角

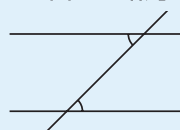
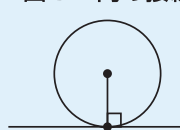


図3 円の接線



#### (図を描くときの注意)

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。