



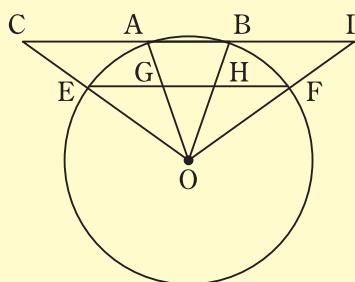
今回は、3等分された弦を作図します。

### 円についての問題

今回のチャレンジ問題のヒントとして、円についての問題を1つ考えておきます。

#### 問題1

中心Oの円Oと円周上の2点A、Bが与えられています。線分ABのAの方への延長線上に点Cを、線分ABのBの方への延長線上に点Dを、AC=BDとなるようにとり、線分OCと円Oの交点をE、線分ODと円Oとの交点をFとします。さらに、線分EFと半径OAとの交点をG、線分EFと半径OBとの交点をHとするとき、EG=FHであることを証明してみましょう。



#### 考え方

三角形がぴったり重なること（合同）と三角形の相似を利用することを考えてみましょう。

#### 証明

図のように角ア、イをおきます。  
 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$ において、 $OA = OB$ （半径）…①、 $AC = BD$ （仮定）…②です。

②より、 $AD = AB + BD$

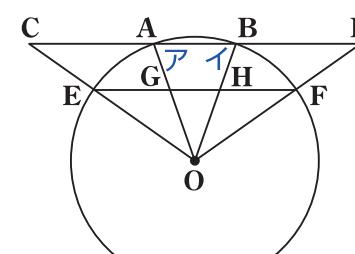
$= AB + AC = BC$ …③です。

「二等辺三角形の底角は等しい」

ことから、①より、角ア=角イ…④です。

「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ので、①③④より、 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$ はぴったり重なるとわかります。

したがって、 $OC = OD$ …⑤です。



図のように、角をウから力とおきます。

「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、⑤より角ウ=角エ…⑥、 $OE = OF$ （半径）…⑦より角オ=角カ…⑧です。

「三角形の内角の和は180度である」ことから、OCとODのなす角をキとおくと、角ウ+角エ=180度-角キ=角オ+角カ…⑨です。

⑥⑧⑨より、角ウ=角エ=角オ=角カ…⑩です。

$\triangle OAC$ と $\triangle OGE$ において、「二角が互いに等しい三角形は相似である」ことから、OAとOCのなす角が共通と角ウ=角オ（⑩）より、 $\triangle OAC$ と $\triangle OGE$ は相似になります。

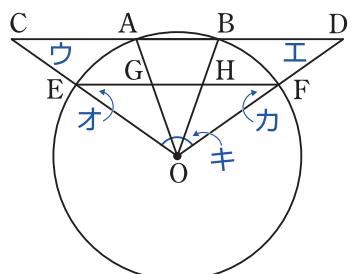
よって、 $OC : OE = AC : GE$ …⑪です。

$\triangle OBD$ と $\triangle OHF$ において、「二角が互いに等しい三角形は相似である」ことから、OBとODのなす角が共通と角エ=角カ（⑩）より、 $\triangle OBD$ と $\triangle OHF$ は相似になります。

よって、 $OD : OF = BD : HF$ …⑫です。

⑤⑦⑪⑫より  $AC : GE = BD : HF$ …⑬です。

よって、②⑬より、 $EG = FH$ とわかりました。

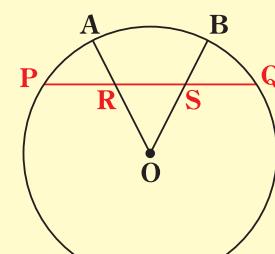


### 3等分された弦の作図

それでは、チャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

中心Oの円Oと円O上の2点A、Bが与えられています。半径OA、OBと交わる弦PQを、OAとPQの交点R、OBとPQの交点Sが、 $PR = RS = SQ$ となるようにコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

問題1 をヒントに考えてみましょう。三角形の相似がカギです。

# コンパスと定規で描ける図形の世界

ユークリッド幾何の世界

第73回

## 3等分された弦の作図

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### 根本原理

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。

- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

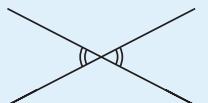
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。

- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。

図1 対頂角



- 対頂角は等しい（図1）。

- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。



- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。

- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。

- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である（図3）。



- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。

- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。

- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。

- 二角が互いに等しい三角形は相似である。

- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。

- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

#### 図を描くときの注意

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。