



今回は、2円の交点通り、ある条件を満たす直線を作図します。

いくつかの作図法の確認

まずは、コンパスと定規を用いた角を二等分する直線の描き方をおさらいしておきます。線分AB上に点Pをとり、コンパスでAを中心とする半径APの円を描き、その円と線分AC、または、ACのCの方への延長線との交点をQとします。そして、コンパスで、Pを中心とする半径PAの円とQを中心とする半径QAの円を描き、それら2円の2交点のうちのAではない点をRとします。すると、直線ARが、ABとACの間の角の二等分線になります。証明は、第2回の記事(2016年2月18日付)にあります。

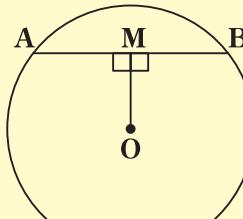
次に、線分の垂直二等分線の描き方をおさらいしておきます。線分ABにおいて、点Aを中心とする半径ABの円と点Bを中心とする半径BAの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、CDとABの交点Mは線分ABの中点であり、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。証明は、第4回の記事(2016年4月21日付)にあります。

円の中心から弦へ引いた垂線の性質

チャレンジ問題のヒントとして、問題を1つ考えておきましょう。

問題1

円Oの弦ABへ中心Oから垂線を引き、ABとの交点をMとするとき、MがABの中点であることを証明してみましょう。



考え方

ぴったり重なる三角形が……。

コンパスと定規で描ける図形の世界／ユークリッド幾何の世界

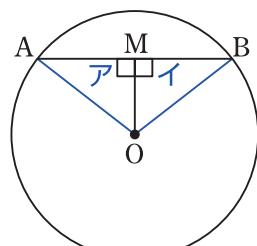
.....ユークリッド幾何の世界.....

72回

2円の交点を通り、ある条件を満たす直線の作図

証明

図のように角 α 、 β をおきます。 $\triangle OAM$ と $\triangle OBM$ において、仮定より、角 α =角 $\beta=90^\circ$ …①です。また、 $OA=OB$ …②(円Oの半径)であり、 $OM=OM$ …③(共通)です。「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ので、①②③より、 $\triangle OAM$ と $\triangle OBM$ はぴったり重なるとわかります。したがって、 $AM=BM$ なので、MはABの中点であるとわかりました。

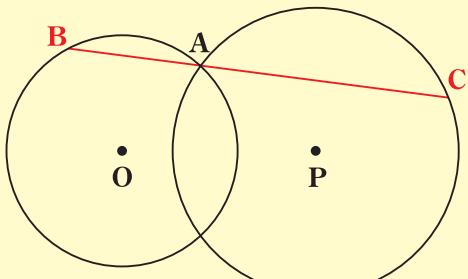


2円の交点を通り、ある条件を満たす直線の作図

それでは、チャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

2交点を持つ中心O、Pの2円O、Pが与えられているとき、2交点の1つをAとします。Aを通る直線が図のように円O、Pのそれぞれと点B、Cで交わり、 $2AB=AC$ となるようにコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

問題1 をヒントに考えてみましょう。「 $\triangle PQR$ のPQとPRのなす角の二等分線と辺QRとの交点をDとするとき、 $PQ:PR=QD:DR$ になる」(角の二等分線と比の性質) ことも利用できます。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

根本原理

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は 180° であり、逆に、BAとBCのなす角が 180° ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい(図1)。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。
- 三角形の内角の和は 180° 、四角形の内角の和は 360° である。
- ある円の周上の点を通る直線は、その点を中心とし、その点を中心と結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の周上の点を通る接線は、その点を中心と結ぶ半径と垂直である(図3)。
- 平行四辺形の対角は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

図2 錯角

図3 円の接線

図を描くときの注意

定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。