



今回は、比が等しくなる円周上の点を作図してもらいます。

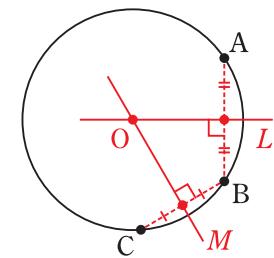
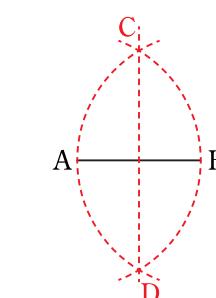
### いくつかの作図法の確認

まずは、線分の垂直二等分線の描き方をおさらいしておきます。線分ABにおいて、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。

次に、円の中心を描く方法を確認します。

円周上に3点A、B、Cをとります。右の図のように、線分ABの垂直二等分線Lと線分BCの垂直二等分線Mを、上で解説したように描きます。すると、LとMの交点Oが3点A、B、Cを通る円の中心になります。

以上の作図法の証明を知りたい人は第4回の記事（2016年4月21日付）を見てください。

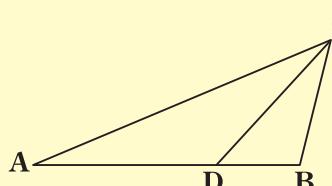


### 角の二等分線と線分の比

今回のチャレンジ問題で利用する性質を考えておきましょう。

#### 問題1

$\triangle ABC$ のCAとCBのなす角の二等分線と辺ABとの交点をDとします。このとき、 $AC : CB = AD : DB$ になることを証明してみましょう。



#### 考え方

平行線を引くことで、線分の比の式を作ります。 $AD : DB = AC : CB$ が導けるような補助線を考えてみましょう。

#### 証明

点A通りCDと平行な直線をLとし、点B通りCDと平行な直線とACの延長線との交点をEとおきます。

図のように、角をア、イ、ウ、エ、オとおきます。

すると、CDと直線Lは平行…①であり、

問題の前提から、角ア=角イ…

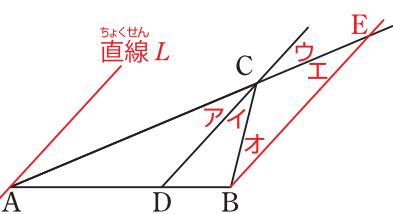
③です。「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい」ので、①②より、 $AC : CE = AD : DB$ …④です。

「対頂角は等しい」ので、角ア=角エ…⑤です。

「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ので、②より、角ウ=角エ…⑥、角イ=角オ…⑦です。

③⑤⑥⑦より、角エ=角オ…⑧です。

「二角が等しければ二等辺三角形」なので、⑧より、 $CE = CB$ …⑨です。④⑨より、 $AC : CB = AD : DB$ であることが証明できました。

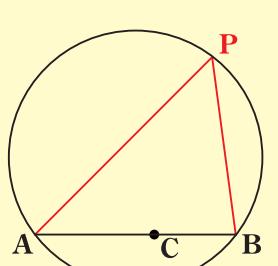


### 比が等しくなる円周上の点の作図

では、今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

円周上に2点A、Bを取り線分AB上に点Cを、 $AC > CB$ となるようにとる。このとき、円周上に、 $AP : PB = AC : CB$ となるような点Pを1つコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



#### 考え方

の性質をどう使うかを考えてみましょう。

問題1 の性質をどう使うかを考えてみましょう。

### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

#### （根本原理）

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。

- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

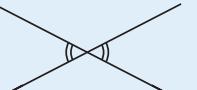
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。

- 斜辺とその辺に亘る角が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。

- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。

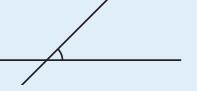
図1 対頂角



対頂角は等しい（図1）。

- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線

- が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。



三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。

- ある円の円周上の点を通る直線は、その点を中心とし、その点を中心と結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点を中心と結ぶ半径と垂直である。（図3）。



平行四辺形の向かい合う辺は等しい。

- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。

- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。

- 二角が互いに等しい三角形は相似である。

- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。

- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

#### （図を描くときの注意）

定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。