



# コンパスと定規で描ける図形の世界

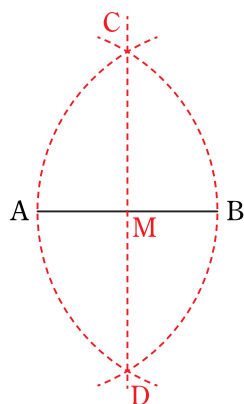
……ユークリッド幾何の世界……

第57回 2円の交点を通る与えられた長さの線分を描こう

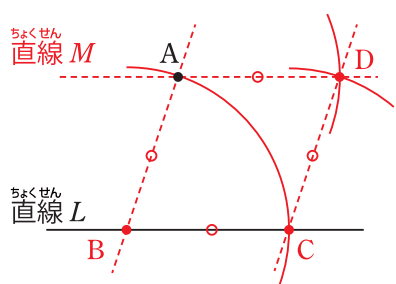
今回は、与えられた条件にあてはまる線分を作図してもらいます。

## 中点や平行線の作図法の確認

まずは、線分の中点の描き方をおさらいしておきます。線分ABにおいて、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、ABとCDの交点Mが線分ABの中点になっています。証明を知りたい人は、第5回の記事(2016年5月19日付)を見てください。



次に、平行線の描き方を確認しておきましょう。直線LとL上ない点Aが与えられているとき、点Aを通り直線Lと平行な直線Mをコンパスと定規を用いて描く方法の一つは、右の図のようにひし形ABCDを描くことでした。証明を知りたい人は、第34回の記事(2018年10月18日付)を見てください。

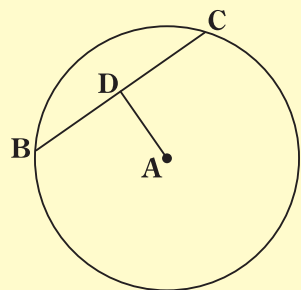


## 円の弦についてのある性質

今回のチャレンジ問題で利用する証明について考えておきましょう。

### 問題1

点Aを中心とする円Aの周上に2点B、Cを、線分BCが直径にならないようにとります。線分BC上に点DをADとBCが垂直になるようにとるとき、BD = CDであることを証明してみましょう。

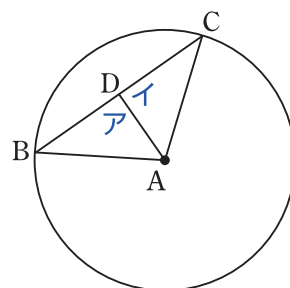


### 考え方

三角形がぴったり重なることを利用しましょう。

### 証明

図のように角A、イをおき、点AとB、点AとCを結びます。半径なので、AB = AC…①、共通なので、AD = AD…②、ADとBCは垂直なので、角A = 角イ = 90度…③です。



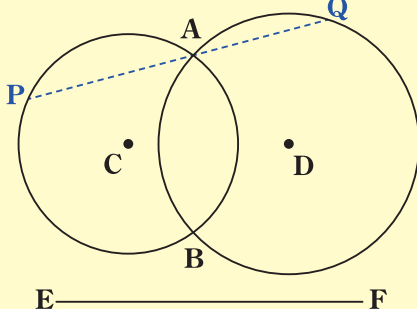
△ABDと△ACDにおいて、「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ことから、①②③より、△ABDと△ACDはぴったり重なります。したがって、対応する辺BDとCDもぴったり重なるので、BD = CDとわかりました。

## 2円の交点を通る与えられた長さの線分の作図

今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

### チャレンジ問題

2点A、Bで交わる中心がC、Dの2円と線分EFが下の図のように与えられています。このとき、円Cの周上に点P、円Dの周上に点Qを、P、A、Qがこの順で一直線上にありPQ = EFとなるように、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし、EFの長さは、小さい方の円Cの直径より長く、線分CDの長さの2倍より短くします。



### 考え方

問題1をどう使うかを考えてみましょう。

## 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

### 根本原理

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- ・対頂角は等しい(図1)。
- ・2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい(図2)。
- ・三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ・ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である。(図3)。
- ・平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- ・3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- ・二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・二角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

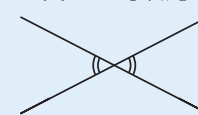


図2 錯角

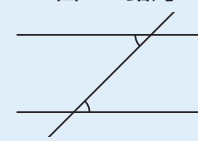
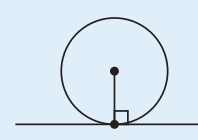


図3 円の接線



### 図を描くときの注意

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。