



コンパスと定規で描ける図形の世界

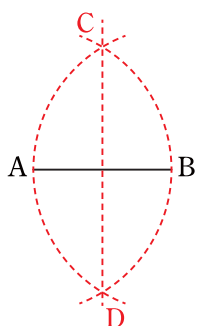
……ユークリッド幾何の世界……

第56回 与えられた条件にあてはまる三角形を描こう

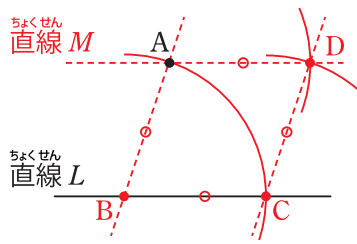
今回は、与えられた条件にあてはまる三角形を作図してもらいます。

いくつかの作図法の確認

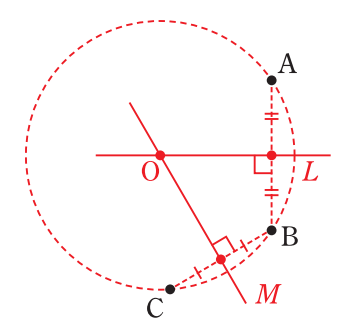
まずは、線分の垂直二等分線の描き方をおさらいしておきます。線分ABにおいて、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、CDが線分ABの垂直二等分線になっています。証明を知りたい人は、第4回の記事（2016年4月21日付）をご覧ください。



次に、平行線の描き方を確認しておきましょう。直線LとL上ない点Aが与えられているとき、点Aを通り直線Lと平行な直線Mをコンパスと定規を用いて描く方法の一つは、右の図のようにひし形ABCDを描くことでした。証明を知りたい人は、第34回の記事（2018年10月18日付）をご覧ください。



最後に、一直線上ない3点A、B、Cが与えられているとき、これらの3点A、B、Cを通る円をコンパスと定規を用いて描く方法は、例えば以下ようになります。右の図のように、線分ABの垂直二等分線Lと線分BCの垂直二等分線Mを、上で解説したように描きます。すると、LとMの交点Oが3点A、B、Cを通る円の中心になるので、Oを中心とし半径OAの円を描けばよいことになります。証明を知りたい人は第45回の記事（2019年9月19日付）をご覧ください。

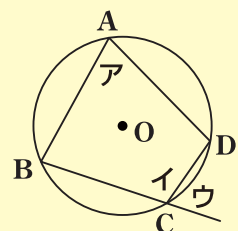


円に内接する四角形の角度に関する性質

今回のチャレンジ問題で使うことのできる円に内接する四角形の角度に関する性質を考えてみます。

問題 1

右の図において4点A、B、C、Dは点Oを中心とする円の円周上にあります。このとき、角A+角イ=180度、角ア=角ウを証明してみましょう。

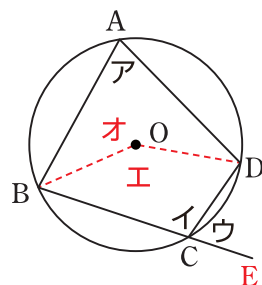


考え方

円周角と中心角の関係を考えてみましょう。

証明

図のように角工、オをおき、点Eをとります。「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、角工=2×角ア…①、角オ=2×角イ…②です。角工+角オ=360度なので、①②より、2×角ア+2×角イ=360度であり、よって、角ア+角イ=180度…③とわかりました。



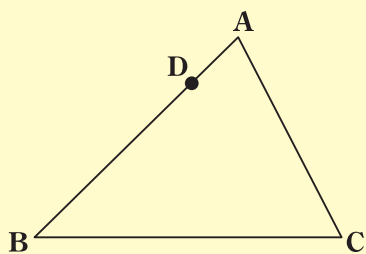
「3点B、C、Eがこの順番で一直線上にあるならば、CBとCEのなす角は180度である」ことから、角イ+角ウ=180度…④です。③④より、角ア+角イ=角イ+角ウなので、角ア=角ウとわかりました。

与えられた条件にあてはまる三角形の作図

では、今回のチャレンジ問題です。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

下の図のように△ABCとその辺AB上の点Dが与えられています。この下の図の場合に、△ABCと相似であり、1つの頂点がDで、残りの2頂点がそれぞれ辺BCとCAにある三角形の1つを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

平行線を引くことや3点を通る円を描くことがヒントになります。

問題 1

は使っても使わなくても解決できます。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするとき使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

根本原理

- ・ 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・ 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- ・ 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

- ・ 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。

- ・ 対頂角は等しい（図1）。
- ・ 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。
- ・ 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ・ ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である。（図3）。

- ・ 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- ・ 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- ・ 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図を描くときの注意

- ・ 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

図1 対頂角

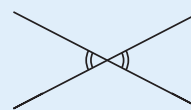


図2 錯角

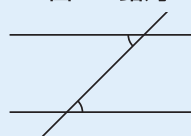
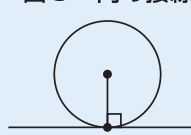


図3 円の接線



チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。