



数学の世界 を ぞいてみよう!

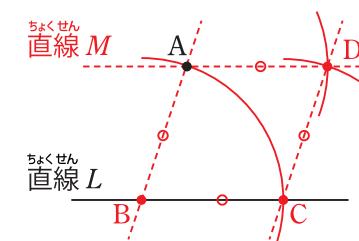
執筆・編集：佐藤 太郎

今回は、与えられた条件にあてはまる平行四辺形を作図してもらいます。

ある点を通り、ある直線と平行な直線の描き方

平行線の描き方を確認しておきましょう。直線 L と L 上にない点 A が与えられているとき、点 A を通り直線 L と平行な直線 M をコンパスと定規を用いて描く方法の一つは、右の図のようにひし形 $ABCD$ を描くことでした。

今回の作図でも、この平行線の作図のお世話になるので、しっかり理解しておきましょう。証明が知りたい人は、第34回の記事（2018年10月11日付）を見てください。

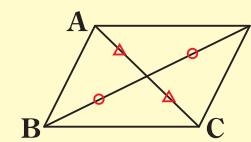


平行四辺形についてのある性質

今回のチャレンジ問題で必要になる平行四辺形についてのある性質から考えていきましょう。

問題1

平行四辺形 $ABCD$ の対角線は互いの中点で交わることを証明してみましょう。



考え方

平行線の性質を使います。三角形がぴったり重なることがカギになります。

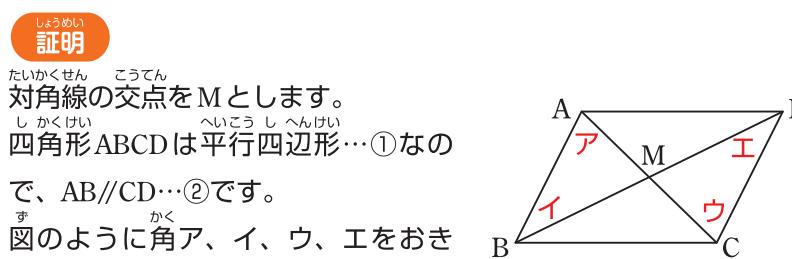
証明

対角線の交点を M とします。四角形 $ABCD$ は平行四辺形…①なので、 $AB \parallel CD$ …②です。

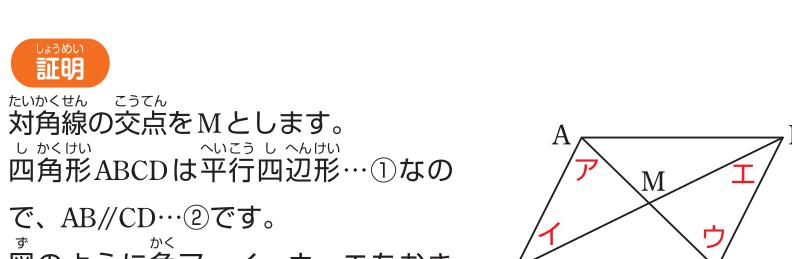
図のように角ア、イ、ウ、エをおきます。

「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ことから、②より、角ア=角ウ…③、角イ=角エ…④です。

「平行四辺形の向かい合う辺は等しい」ことから、①より、 $AB = CD$ …⑤です。 $\triangle ABM$ と $\triangle CDM$ において、「一辺とその両端の角が



2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ことから、②より、角ア=角ウ…③、角イ=角エ…④です。「平行四辺形の向かい合う辺は等しい」ことから、①より、 $AB = CD$ …⑤です。 $\triangle ABM$ と $\triangle CDM$ において、「一辺とその両端の角が



2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ことから、②より、角ア=角ウ…③、角イ=角エ…④です。「平行四辺形の向かい合う辺は等しい」ことから、①より、 $AB = CD$ …⑤です。 $\triangle ABM$ と $\triangle CDM$ において、「一辺とその両端の角が

コンパスと定規で描ける図形の世界／

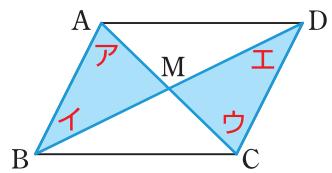
ユークリッド幾何の世界

第55回

与えられた条件にあてはまる平行四辺形を描こう

互いに等しい三角形はぴったり重なることから、③④⑤より、 $\triangle ABM$ と $\triangle CDM$ はぴったり重なることがわかります。

よって、対応する辺 AM と辺 CM 、辺 BM と辺 DM はそれぞれ等しいとわかります。したがって、点 M は対角線 AC 、 BD それぞれの中点とわかり、対角線が互いの中点で交わっていることが証明できました。

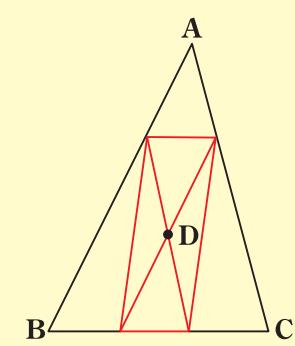


与えられた条件にあてはまる平行四辺形の作図

では、今回のチャレンジ問題です。第50回の記事では、**問題1**とは逆の「対角線が互いの中点で交わる四角形 $ABCD$ は平行四辺形である」…☆を証明しました。この**問題1**で証明した性質か☆の性質が今回のチャレンジ問題のカギになります。がんばって考えてみてくださいね。

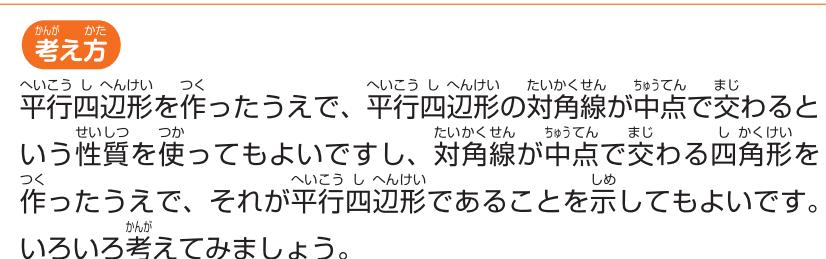
チャレンジ問題

与えられた△ABCの中の与えられた点 D を対角線の交点とする平行四辺形で、2つの頂点が辺 BC 上にあり、残りの2頂点がそれぞれ辺 AB と AC 上にあるものを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし、点 D は辺 AB 、 BC 、 CA の中点を3頂点とする三角形の内部にあるとします。



考え方

平行四辺形を作ったうえで、平行四辺形の対角線が中点で交わるという性質を使ってもよいですし、対角線が中点で交わる四角形を作ったうえで、それが平行四辺形であることを示してもよいです。いろいろ考えてみましょう。



証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

根本原理

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、 BA と BC のなす角は 180° 度であり、逆に、 BA と BC のなす角が 180° 度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい（図1）。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。
- 三角形の内角の和は 180° 度、四角形の内角の和は 360° 度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線であり、逆に、ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である。（図3）。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

図2 錯角

図3 円の接線

図を描くときの注意

- 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。

このコーナーは原則として、毎月第3週の木曜日に掲載します。