



数学の世界をのぞいてみよう!

執筆・編集：佐藤 太郎

コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

第51回

平行四辺形の作図

今回は、与えられた条件にあてはまるような平行四辺形の作図にチャレンジしてもらいます。

2組の向かい合う辺がそれぞれ等しければ平行四辺形

まずは、今回のチャレンジ問題で必要になる、コンパスと定規を用いた平行四辺形の描き方を確認しておきましょう。

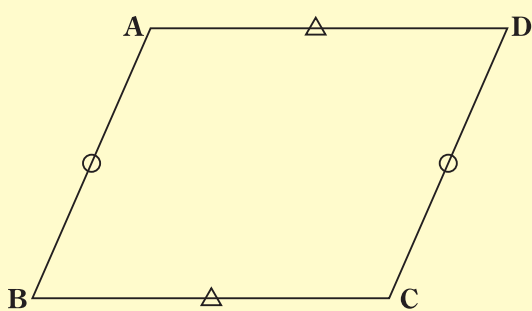
一直線上にない3点A、B、Cが与えられているとき、A、B、C、Dがこの順で4頂点になる平行四辺形ABCDを描く1つの方法は以下のようになります。

点Aを中心とし半径BCの円と点Cを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点のうちACに対してBと反対側にある方の点をDとします。そして、四角形ABCDを描けば、それが求める平行四辺形になります。

さて、このように描いた四角形ABCDは、なぜ平行四辺形といえるのでしょうか。その証明を、チャレンジ問題の準備として考えてもらいましょう。

問題1

2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であることを証明してみましょう。



考え方

平行を証明するためには、「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことを使うのでした。では、角が等しいことを示すにはと考えると、三角形がぴったり重なることを使うのでしたね。あとは、どの根本原理を使うのかを考えて補助線を引きましょう。

証明

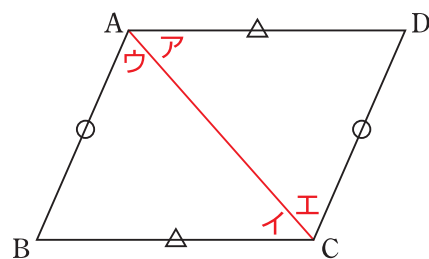
問題の前提から、 $AB = CD$ …

①、 $AD = CB$ …②です。図

のように補助線ACを引き、角ア、イ、ウ、エをおきます。「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、①②とAC=CA（共通）より、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ はぴったり重なることがわかります。

よって、対応する角は等しいので、角ア=角イ…③、角ウ=角エ…④です。「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、③よりADとBCは平行…⑤、④よりABとCDは平行…⑥です。

⑤⑥より、四角形ABCDは平行四辺形であることが証明できました。

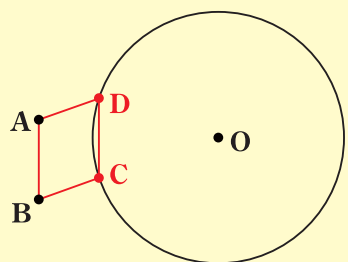


平行四辺形の作図

では、今回のチャレンジ問題です。ここまでの記事と「1組の向かい合う辺が平行かつ等しい四角形は平行四辺形である」こと（証明を知りたい人は第49回の記事（2020年1月23日付）を見てください）がカギになります。がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

中心がOの円Oと、円外に2点A、Bが、ABの長さが円Oの半径より短くなるように与えられています。このとき、2点C、Dが円Oの円周上にあり、四角形ABCDが平行四辺形であるような2点



C、Dのうちの1組を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

考え方

ABを1辺とする四角形ABCD以外の平行四辺形を描いてみましょう。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

根本原理

- ・ 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・ 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ・ 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- ・ 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。

- ・ 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。

- ・ 対頂角は等しい（図1）。
- ・ 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。
- ・ 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ・ ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である（図3）。

図1 対頂角

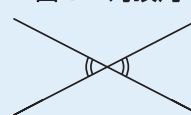


図2 錯角

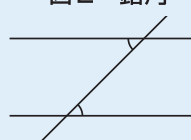
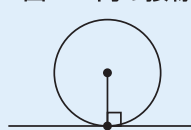


図3 円の接線



- ・ 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- ・ 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- ・ 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ・ ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図を描くときの注意

- ・ 定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。