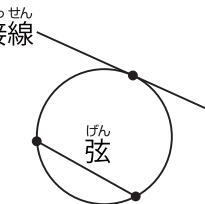




円の接線とは円と1点のみを共有する直線のこと（円と直線の両方にふくまれる点が1点のみということです）、弦とは円（周）上の2点を結ぶ線分のことでした。



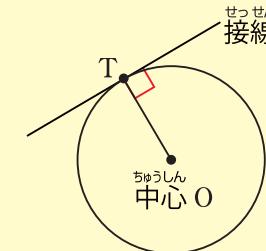
### 円の接線の性質

根本原理にものっていますが、円の接線になるための条件は、「中心がOである円Oの円周上の点Tを通る直線Lは、半径OTと垂直である」ということでした。その証明は、直線Lが点T以外に点Sも共有している（接線ではない）として、そのことから矛盾をみちびくのでした。くわしい証明を知りたい人は、第12回の記事（2016年12月22日付）を見てください。

今回のチャレンジ問題では、この逆の質問である、「中心がOである円Oの接線Lは、接点Tと中心Oを結ぶ半径OTと垂直である」ことを利用するので、まずはこのことについて考えてもらおうと思います。

#### 問題1

円の接線の性質「中心がOである円Oの接線Lは、接点Tと中心Oを結ぶ半径OTと垂直である」ことを証明してみましょう。



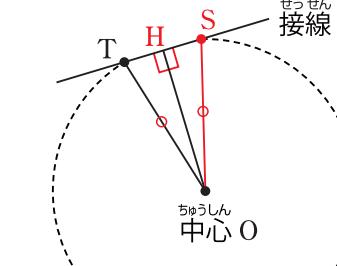
#### 考え方

垂直でないとすると矛盾が……。

**証明**  
接線Lと半径OTが垂直でないとします。

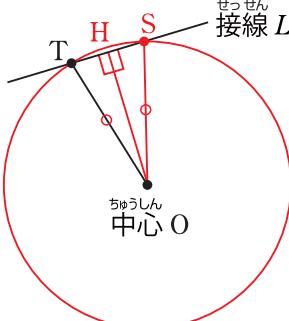
このとき、中心Oを通り接線Lと垂直な直線と接線Lとの交点をHとし、点Tではない点Sを接線L上にTH=SHとなるようにとります。

すると、TH=SH、OHは共通、HTとHOの間の角=HSとHOの間の角=90度より、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△OHTと△OHSはぴったり重なります。



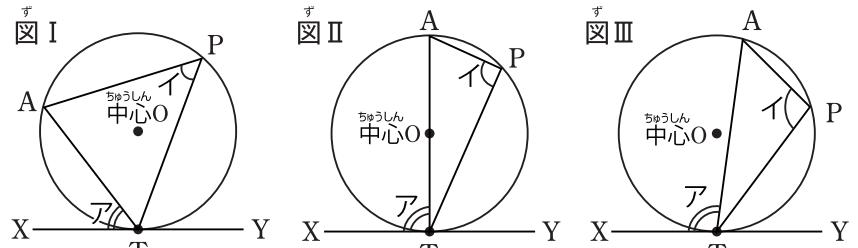
補助線を引いて、「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことを利用します。

よって、OT=OSです。  
すると、中心O、半径OTの円Oは点Sも通ることになってしまい、「接線Lが接点Tで円Oと接する」と矛盾します。  
したがって、接線Lと半径OTは垂直であることが証明できました。



### 円の接線と弦のなす角は弦をふくむ円周角と等しい

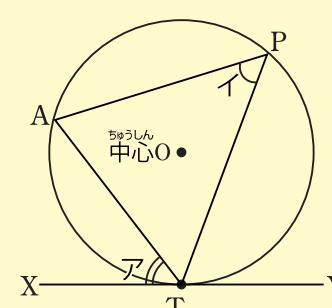
下の図I II IIIにおいて、弦TAと接線TXの間の角アを円の接線と弦のなす角といい、PAとPTの間の角イを弦TAをふくむ円周角といいます。この角アと角イは必ず等しくなることが証明でき、接弦定理とよばれています。



例えば、図IIにおいて角アと角イが等しいことは、**問題1**で証明した円の接線の性質や、根本原理の円周角が中心角の半分であることを利えば簡単に証明できます。また、図IIIの場合の証明は、図Iの場合を利用するとできます。そこで、図Iの場合の証明を今回のチャレンジ問題にしたいと思います。がんばって考えてみてくださいね。

#### チャレンジ問題

下の図の場合に、角アと角イが等しいことを証明してみましょう。



#### 考え方

補助線を引いて、「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことを利用します。

#### 証明のための根本原理と図を描くときの注意

コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきます。はじめてこの記事を読む人は参考にしてください。

##### 根本原理

- 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 二辺とその間に角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- 斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる。
- 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- 対頂角は等しい（図1）。
- 2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい（図2）。
- 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の和は360度である。
- ある円の円周上の点を通る直線は、その点を中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である（図3）。
- 平行四辺形の向かい合う辺は等しい。
- 3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい。
- 二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である。
- 二角が互いに等しい三角形は相似である。
- 三辺の比が互いに等しい三角形は相似である。
- ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である。

図1 対頂角

図2 錯角

図3 円の接線

#### 図を描くときの注意

定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。