



コンパスと定規で描ける図形の世界

……ユークリッド幾何の世界……

だい 第34回 かい

そう　じ　かたち　つく
相似な形を作ってしまうおう

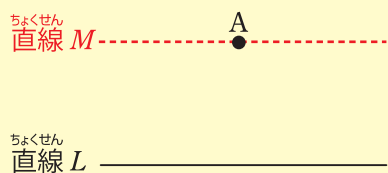
今回は相似な図形を利用した作図にチャレンジしてもらいます。

へい こう せん か かた かく にん
平行線の描き方を確認しよう

今回のチャレンジ問題では、平行線を描くことが必要になるので、ま
 ずは、コンパスと定規を用いた平行線の描き方を確認しておきましょう。
 平行線を描くにはいろいろな考え方がありますが、平行になることを証
 明するときに必要なのは、「錯角の位置の角が等しければその2直
 線は平行である」という根本原理なので、錯角の位置の角が等しくなる
 ような直線の描き方を考えることが鍵になります。

問題 1

直線 l と l 上 に ない 点 A が 与 え ら れ て い る と き、 点 A を 通 り 直線 l と 平 行 な 直線 m を、 コ ン パ ス と 定 規 を 用 い て 描 き、 そ の 描 き 方 で 正 し く 図 が 描 け て い る こ と を 証 明 し て み ま し ょ う。

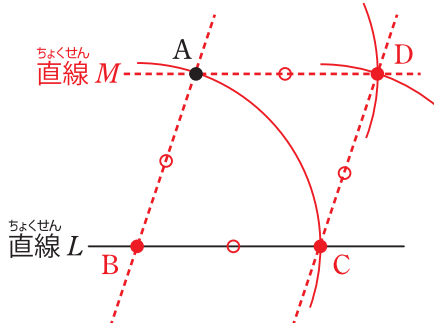


かんが かた
考え方

か かた さっかく い ち かく ひと ほん ちようせん
描き方については、錯角の位置の角が等しくなるように2本の直線
か かんが しょうめい さっかく い ち かく ひと
が描けないかを考えます。証明については、錯角の位置の角が等し
しょうめい さんかくけい かさ ひと
いことを証明するのですから、三角形がぴったり重なることを利用
することになります。

か かた
描き方

直線 L 上に点 B をとり、点 B を中心とし半径 AB の円と直線 L との2つの交点のうち1つを C とします。さらに、点 A を中心とし半径 AB の円と、点 C を中心とし半径 AB の円を描き、その2円の交点のうち B ではない方を D とします。そして、2点 A, D を通る直線を描けば、その直線が点 A を通り L と平行な直線 M になります。

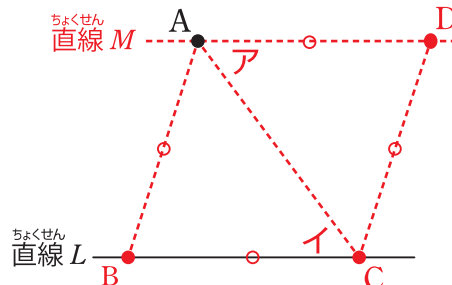
しょうめい
証明

図の描き方から、 $AB = CD$ 、 $BC = DA$ なので、 $AC = CA$ (共通)

を^{かんが}え^{さんべん}ると、「三^{たが}辺^{さん}が互^{たが}いに^{さんかくけい}等^{さんかくけい}しい三^{さんかくけい}角^{さんかくけい}形^{さんかくけい}は^{さんかくけい}ぴ^{さんかくけい}っ^{さんかくけい}たり^{さんかくけい}重^{さんかくけい}なる^{さんかくけい}」こと^{さんかくけい}から、△ABC^{さんかくけい}と△CDA^{さんかくけい}は^{さんかくけい}ぴ^{さんかくけい}っ^{さんかくけい}たり^{さんかくけい}重^{さんかくけい}なる^{さんかくけい}ことが^{さんかくけい}わ^{さんかくけい}か^{さんかくけい}ります^{さんかくけい}。

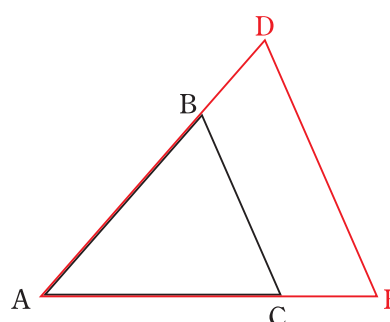
さんかくけい かさ
三角形がぴったり重なるの
ず たいおう かく かく
で、図の対応する角アと角

いもぴったり重なるため等しくなります。よって、錯角の位置の角 α と角 β が等しくなり、「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、直線 l と2点A、Dを通る直線 m は平行です。



頂点からの相似拡大の利用

ある三角形に対して、その三角形の1つの頂点を共有し、その頂点を端点とする2つの辺をk倍に延長することで新しい三角形を作ります。このとき、新しく作った三角形を、元の三角形の1つの頂点からの（相似）拡大と呼び、この拡大を利用して2つの三角形が相似になることを決めるのです。



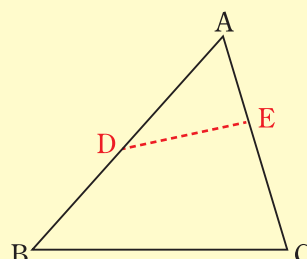
今回のチャレンジ問題では、この「三角形の頂点からの相似拡大」を利用した作図について考えてもらいます。問題1の結果も利用して、

どのように作^{さく}図^ずすればよいか、いろいろ頭^{あたま}をひねってみてください。

がんばって考えてみてくださいね。

もんだい
チャレンジ問題

AC < AB < 2ACである△ABCが
 あた 与えられている。このとき、^{へん}辺AB
 じょう 点D、^{へん}辺AC上に^{じょう}点Eを、BD
 上に点D、辺AC上に点Eを、BD
 = DE = ECとなるように、コンパ
 ースと定規を用いて描き、その描き
 かた だけ ず か
 方で正しく図が描けていることを
 しょうめい
 証明してみましょう。



かんが かた
考え方

か すけい そうじ すけい か かんが
描きたい図形と相似な図形を描くことを考えてみましょう。

しょう めい こん ほん げん り ず か ちゅう い 証明のための根本原理と図を描くときの注意

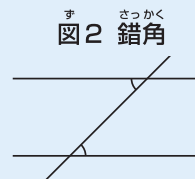
コンパスの使い方や三角形がどんなときにぴったり重なるかなど、
図を描いたり証明したりするときに使う根本原理をまとめておきま
す。はじめてこの記事を読む人は参考にご覧ください。

こんぽんげん り
《根本原理》

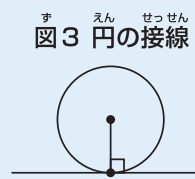
- じょう ぜ てん ちゅう
・ 定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中
しん あた はんけい えん か
心とし、与えられた半径の円が描ける。
- さんべん たが ひと さんかくけい かさ
・ 三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- に へん あだ かく たが ひと さんかくけい かさ
・ 二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- いっぺん りょうたん かく たが ひと さんかくけい かさ
・ 一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる。
- ちゅうかくさんかくけい しゃへん た いっぺん たが ひと ちゅうかくさんかくけい
・ 直角三角形の斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり
かさ
重なる。
- に どうへんさんかくけい ていかく ひと ぎゃく に かく ひと に どうへんさんかく
・ 二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角
けい
形である。
- てん じゅんばん いっちゅうせんじょう
・ 3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのな
かく ど ぎゃく かく ど
す角は180度であり、逆に、BAとBCのなす角が180度ならば、
てん じゅんばん いっちゅうせんじょう
3点A、B、Cがこの順番で一直線上にある。
- たいちゅうかく ひと す
・ 対頂角は等しい（図1）。
- ちゅうせん ざっかく い ち かく ひと
・ 2直線において、錯角の位置の角が等しけれ
ちゅうせん へいにう ぎゃく ちゅうせん
ば、その2直線は平行である。逆に、2直線が
へいこう ちゅうせん たい ざっかく い ち
平行であれば、その2直線に対する錯角の位置
かく ひと す
の角は等しい（図2）。
- さんかくけい ないかく わ ど し かくけい ないかく
・ 三角形の内角の和は180度、四角形の内角の
わ ど
和は360度である。
- えん えんしゅうじょう てん とお ちゅうせん てん
・ ある円の円周上の点を通る直線は、その点と
ちゅうしん むす はんけい すいしよく せつせん
中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である
す えん せつせん
（図3）。
- 図1 対頂角
- 図2 錯角
- 図3 円の接線



図1 対頂角



す 図2 さっ 錯角



す えん せっせん
図3 円の接線

ず か ちゅう い 〈図を描くときの注意〉

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。