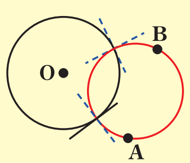
チャレンジ問題（解答・解説）

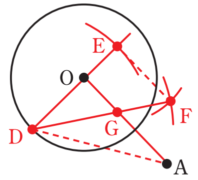
「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、7面をご覧ください。

企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

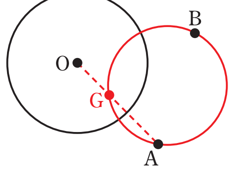
中心Oの円Oと円Oの外側に点A、円Oの外側で直線OA上にない点Bが与えられています。このとき、点A、Bを通り、円Oと直交する円Cを定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



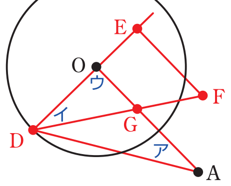
描き方



円Oの円周上に点Dをとり、2点O、Dを通る直線DOを描きます。Dを中心とし半径OAの円Dを描き、DOのOの方への延長線と円Dの交点をEとします。Dを中心とし半径DAの円とEを中心とし、半径ODの円を描き、その2円の2交点のうち、ODに対して、Aと同じ側にある点をFとします。直線OAと直線DFを描き、その交点をGとします。本文の記事のように、3点A、B、Gを通る円を描くと、この円が求める円になっています。



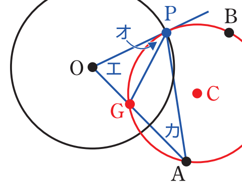
証明



図のように、角アからウをおきます。図の描き方から、AO＝DE…①、OD＝EF…②、AD＝DF…③です。△AODと△DEFにおいて、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、①②③より、△AODと△DEFはぴったり重なります。よって、角ア＝角イ…④です。

△AODと△DOGにおいて、「二角が互いに等しい三角形は相似である」ことから、④と角ウが共通より、△AODと△DOGは相似です。よって、対応する辺の比を考えて、AO：OD＝DO：OG…⑤です。

ここで、円Oと円Cの2つの交点のうちの1つを図のようにPとおき、角エからカをおきます。図の描き方から、OP＝OD（円Oの半径）と⑤より、AO：OP＝PO：OG…⑥です。



△AOPと△POGにおいて、「二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である」ことから、⑥と角エが共通より、△AOPと△POGは相似です。よって、角オ＝角カ…⑦です。

問題1 を用いると、⑦より、直線OPは、Pにおける円Cの接線…⑧です。図のように、角キをおきます。「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、⑧より、角キ＝90度…⑨です。「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、⑨より、PCは円Oの接線…⑨です。⑧⑨より、点Pで円Oと円Cが直交しているとわかるので、「2円が2つの交点の一方で直交するなら、もう一方でも直交する」ことから、2円が直交することがわかりました。よって、図の描き方が正しいことがわかりました。