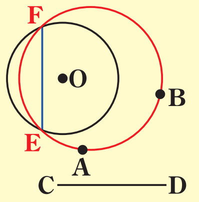
チャレンジ問題（解答・解説）

「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、7面をご覧ください。

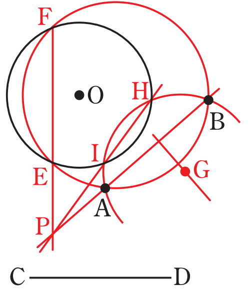
企画・構成｜科学的教育グループ SEG

中心がOの円Oと円Oの外部に点A、B、さらに、円Oの直径より短い線分CDが右の図のように与えられています。ただし、線分ABの垂直二等分線上に中心Oがないとします。このとき、点A、Bと円O上の点E、Fを通り線分EFの長さが線分CDと等しくなるような円を1つ定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



描き方

本文の記事のように、線分ABの垂直二等分線を描き、その直線上に、点Gを、Gを中心とし半径GAの円Gを描いたときに円Oと2点（H、Iとする）で交わるようにとります。2点A、Bを通る直線と2点H、Iを通る直線を描き、それらの交点をPとします。点Pを通り、円Oと2点E、Fで交わり、EF＝CDとなるような直線を 問題1 のように描き、本文の記事のように、3点A、B、Eを通る円を描くと、その円が求める円になっています。



証明

線分ABの垂直二等分線とABの交点をMとおき、図のように角をア、イとおきます。図の描き方から、AM＝BM…①、角ア＝角イ＝90度…②です。△AGMと△BGMにおいて、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、①②とGMは共通より、△AGMと△BGMはぴったり重なります。よって、GA＝GBであり、円Gは、点Bも通ることがわかります。本文の記事の「方べきの定理」より、円Gにおいて、PB×PA＝PH×PI…③、円OにおいてPF×PE＝PH×PI…④です。③④より、PB×PA＝PF×PEなので、「方べきの定理の逆」より、4点A、B、E、Fを通る円が描ける…⑤とわかります。3点A、B、Eを通る円はただ1つなので、3点A、B、Eを通る円を描けば、⑤より、その円が4点A、B、E、Fを通る円になっています。図の描き方から、CD＝EFなので、図の描き方が正しいことがわかりました。