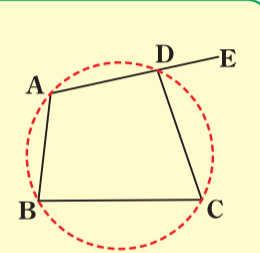


四角形ABCDにおいて、ADのDの方への延長線上に点Eをとると、線分BAとBCのなす角と線分DCとDEのなす角が等しくなっていました。このとき、4点A、B、C、Dを通る円が描けることを証明してみましょう。

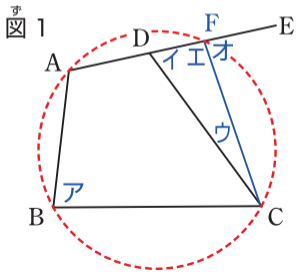


証明

本文の記事のように、3点A、B、Cを通る円Oを描きます。円Oが点Dを通らないと仮定して、矛盾を導きます。

点Dが円Oの中にあるとき、図1のように、ADのDの方への延長線と円Oとの交点をFとし、角をアからオとおきます。問題の仮定から、角ア=角イ…

①です。「4点A、B、C、Fが、この順



に円O上にあるとき、四角形ABCFの1つの内角とその角に向かい合う内角に対する外角は等しい」ことから、角ア=角オ…②です。

①②より、角イ=角オ…③です。「三角形の内角の和は180度である」ことから、角イ+角ウ+角エ=180度…④です。「3点D、F、Eがこの順に一直線上にあるならば、FDとFEのなす角は180度である」ことから、角エ+角オ=180度…⑤です。④⑤より、角イ+角ウ+角エ=角エ+角オなので、角オ=角イ+角ウとなり、これは③と矛盾します。

次に、点Dが円Oの外にあるとき、図2のように、点F、角アからオをおき、中にあるときと同様に考えると、今度は、角オ=角

イ-角ウが導かれ、やはり、角イ=角ア=角オと矛盾します。以上から、円Oが点Dを通らないと矛盾が導かれるので、4点A、B、C、Dを通る円が描けることが証明できました。

※同じような考え方で、「四角形ABCDの向かい合う2つの内角の和が180度ならば、4点A、B、C、Dを通る円が描ける」ことも証明することができます。

