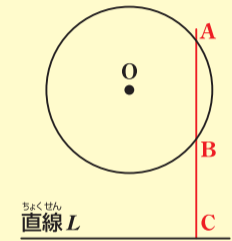


中心Oの円Oと円Oとは交わらない直線Lが与えられています。図のように、円Oと2点A、Bで交わり、直線Lと点Cで垂直に交わり、 $AB = BC$ となる直線を1つ、定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし、円Oから直線Lまでの距離、すなわち、点Oから直線Lに引いた垂線の長さが円Oの半径の3倍より小さいとします。

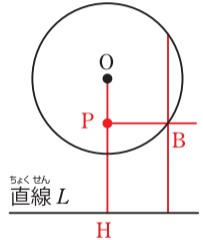


描き方

点Oを通り直線Lと垂直な直線を描き、その直線と直線Lとの交点をHとします。

問題1

と同様にして、線分OH上に $OP : PH = 1 : 2$ となる点Pを描き、点Pを通り線分OHと垂直な直線を描きます。その直線と円Oの2つの交点のうち1つをBとします。点Bを通り直線Lと垂直な直線を描くと、この直線が求める直線になっています。

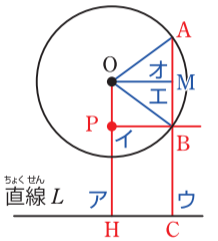


証明

点Bを通り直線Lと垂直な直線と円Oとの2つの交点のうちBでない方をAとし、直線Lとの交点をCとします。

また、点Oを通りACと垂直な直線とACとの交点をMとし、図のように、角アからオをおきます。図の描き方と点の取り方から、角ア = 角イ = 角ウ = 角エ = 角オ = 90度...①、 $OP : PH = 1 : 2$...②です。

「2直線において、錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」



ことから、①より、PBとHCは平行...③、OMとHCは平行...④です。「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい」ことから、③④より $MB : BC = OP : PH$...⑤です。

$\triangle OAM$ と $\triangle OBM$ において、円Oの半径より $OA = OB$...⑥です。「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ことから、⑥と角エ = 角オ = 90度 (①)、OMは共通より、 $\triangle OAM$ と $\triangle OBM$ はぴったり重なります。よって、 $AM = BM$...⑦です。

②⑤より、 $MB : BC = 1 : 2$...⑧なので、⑦⑧より、 $AB : BC = 2 \times MB : BC = 2 : 2 = 1 : 1$ 、すなわち、 $AB = BC$ です。よって、図が正しく描けていることが証明できました。