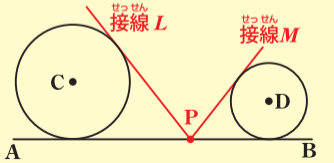


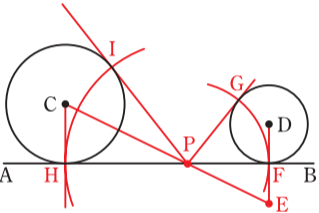


線分ABと、直線ABに対して同じ側にあり線分ABと接する(中心がC、Dの)円Cと円Dが、図のように与えられています。このとき、線分AB上の点Pと、Pから円Cに引いたABではない接線L、Pから円Dに引いたABではない接線Mを、ABとLのなす角とABとMのなす角が等しくなるように、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



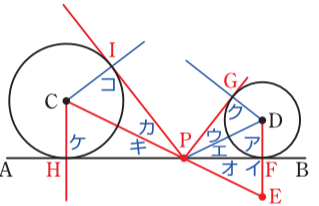
描き方

本文の記事のように、直線ABに対して点Dと対称な点Eを描きます。直線DEと直線CEを描き、直線ABとの交点をそれぞれF、Pとします。点Pを中心とし半径PFの円Pを描き円Dとの2つの交点のうち、Fではない方をGとし、直線PGを引きます。点Cを通り直線ABと垂直な直線を描き、直線ABとの交点をHとします。点Pを中心とし半径PHの円Qを描き円Cとの2つの交点のうち、Hではない方の点をIとし、直線PIを引きます。すると、この点Pと、PI、PGが求める点と接線になっています。



証明

図のように、角Aからコをおきます。問題の仮定から、ABは円Cの接線…①、ABは円Dの接線…②です。図の描き方から、角ア=角イ=90度…③、DF=EF…④、PF=PG…⑤、角ケ=90度…⑥、PH=PI…⑦です。「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、接線と中心から接線へ引いた垂線の交点は接点と一致します。このことから、①②より、F、Hはそれぞれ円D、円CとABとの接点であり、DF=DG(半径)…⑧、CH=CI(半径)…⑨です。△PDFと△PEFにおいて、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴつ



たり重なる」ことから、③④とPF共通より、△PDFと△PEFはぴったり重なります。よって、角エ=角オ…⑩です。△PDFと△PDG、△PCHと△PCIにおいて、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、⑤⑧とPD共通より△PDFと△PDGが、⑦⑨とPC共通より△PCHと△PCIがぴったり重なります。よって、角ウ=角エ…⑪、角ア=角ク…⑫、角カ=角キ…⑬、角ケ=角コ…⑭です。「対頂角は等しい」ことから、角オ=角キ…⑮なので、⑩⑪⑬⑮より、角ウ=角エ=角オ=角カ=角キ、よって、角ウ+角エ=角カ+角キ…⑯です。また、③⑫より角ク=90度…⑰、⑥⑭より角コ=90度…⑱です。「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、⑰よりPGは円Dの接線…⑲、⑱よりPIは円Cの接線…⑳です。⑯⑲⑳より、図が正しく描けていることが証明できました。