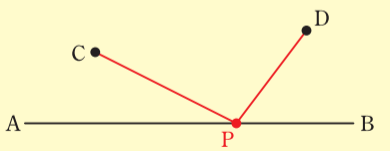


線分ABと2点C、Dが図のように与えられているとき、線分AB上に点Pを、PAとPCのなす角の2倍とPBとPDのなす角が等しくなるようにコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

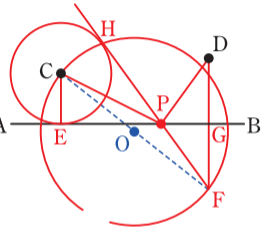


描き方

本文の記事のように、点Cを通り直線ABと垂直な直線を描き、直線ABとの交点をEとします。

本文の記事のように、直線ABに対し、点Dと対称な点Fを描き、直線DFと直線ABの交点をGとします。

点Cを中心とし半径CEの円Cを描きます。直線CFに対し、点Eと反対側にある点をHとします。2点F、Hを通る直線を描き、直線ABと直線FHの交点をPとすると、この点Pが求める



問題1

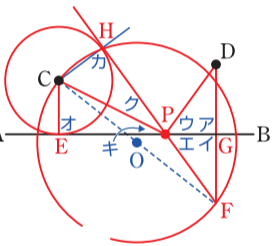
のように線分CFを直径とする中心Oの円Oを描きます。円Cと円Oの2つの交点のうち、直線CFに対し、点Eと反対側にある点をHとします。2点F、Hを通る直線を描き、直線ABと直線FHの交点をPとすると、この点Pが求める

点になっています。

証明

図のように、角アからクをおきます。図の描き方から、角オ=90度…①、 $DG = FG$ …②、角ア=角イ…③、OCとOFのなす角=180度…④、 $CE = CH$ …⑤です。

「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、角カ=(OCとOFのなす角) $\div 2 = 180$ 度 $\div 2 = 90$ 度…⑥なので、①⑥より、角オ=角カ=90度…⑦です。



$\triangle DPG$ と $\triangle FPG$ において、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、②③とPGは共通より、 $\triangle DPG$ と $\triangle FPG$ はぴったり重なります。よって、角ウ=角エ…⑧です。

$\triangle ECP$ と $\triangle HCP$ において、「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ことから、⑤⑦とCPは共通より、 $\triangle ECP$ と $\triangle HCP$ はぴったり重なります。よって、角キ=角ク…⑨です。

「対頂角は等しい」ことから、角ク+角キ=角エ…⑩なので、 $2 \times$ 角キ=角ウとわかります。したがって、図が正しく描けていることが証明できました。