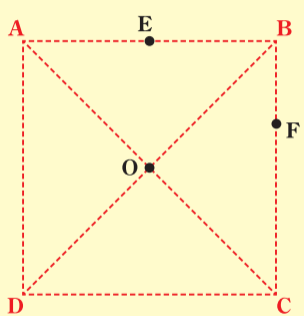




図のように、正方形ABCDの辺AB、BC上に点E、Fがあり、対角線の交点Oが描かれています。この図の3点E、F、O以外が消えてしまったときに、消えた正方形をコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

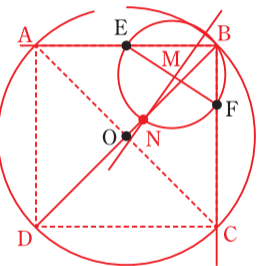


描き方

本文の記事のように、線分EFの垂直二等分線を描き、線分EFの中点をMとします。

次に、Mを中心とし半径EMの円を描き、円MとEFの垂直二等分線の2つの交点のうちOに近い方をNとします。そして、直線ONを描き、円Mとの2つの交点のうちNでない方をBとします。

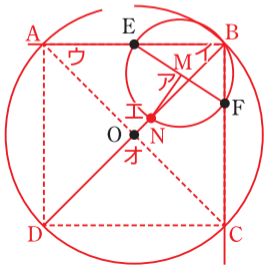
最後に、中心O、半径OBの円Oと、直線BE、直線BFを描きます。BE、BO、BFと円Oとの交点のうち、Bでない方を、それぞれA、D、C



とすると、四角形ABCDが求める正方形になっています。

証明

図のように角ア、イ、ウ、エ、オをおきます。図の描き方から、角ア = 90度...①、OA = OB = OC = OD...②です。「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、角イ = 角ア ÷ 2...③です。①③より、角イ = 90度 ÷ 2 = 45度...④です。②よりOA = OB...⑤なので、「二等辺三角形の底角は等しい」ことか



ら、⑤より、角ウ = 角イ...⑥です。④⑥より、角ウ = 角イ = 45度...⑦です。「三角形の内角の和は180度である」ことから、角エ = 180度 - 角イ - 角ウ...⑧です。⑦⑧より、角エ = 180度 - 45度 - 45度 = 90度...⑨です。よって、⑤⑨より、△OABは直角二等辺三角形...⑩とわかります。同様に考えて、△OBCは直角二等辺三角形...⑪です。次に、「対頂角は等しい」ことから、角オ = 角エ...⑫です。⑨⑫より、角オ = 90度...⑬です。②より、OC = ODなので、⑬も考えると、△OCDは直角二等辺三角形...⑭です。同様に考えて、△ODAは直角二等辺三角形...⑮です。⑩⑪⑬⑭⑮より、ぴったり重なる4つの直角二等辺三角形が作る図形は4つの辺がみな等しく、4つの角がみな直角だから、四角形ABCDは正方形とわかります。以上から、図が正しく描けていることが証明できました。