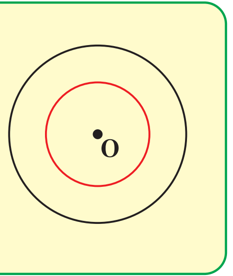
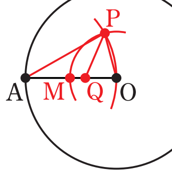
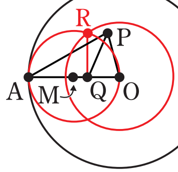
中心Oの円Oが与えられています。
中心がOで、面積が円Oの$\frac{1}{3}$の円を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

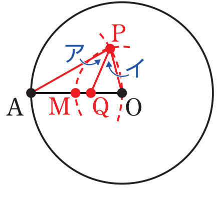


描き方　円O上に点Aをとり、線分OAを描き、本文の記事のように線分OAの中点Mを描きます。点Aを中心とし半径OAの円と点Oを中心とし半径OMの円を描き、これら2円の交点のうちの1つをPとします。本文の記事のように、PAとPOのなす角の二等分線を描き、OAとの交点をQとします。点Mを中心とし半径OMの円Mを描き、本文のようにQを通りOAと垂直な直線を描きます。この直線と円Mとの交点のうちの1つをRとします。最後に、点Oを中心とし半径ORの円O′を描くと、この円が求めるものになっています。





証明　図のように角をア、イとおきます。図の描き方から、OM ＝ AM…①、PA ＝ OA…②、OP ＝ OM…③、角ア＝角イ…④です。



①②③より、PA : PO＝OA : OM＝2OM : OM＝2 : 1…⑤です。「△AOPのPAとPOのなす角の二等分線と辺AOとの交点をQとするとき、AP : PO＝AQ : QOになる」ことから、④⑤より、AQ : QO＝AP : PO＝2 : 1…⑥です。

図の描き方から、線分AOは円Mの直径であり、AOとRQは垂直なので、**問題1**から、OR × OR ＝ OA × OQ…⑦です。よって、⑥⑦より、OR × OR ＝ OA × $\frac{1}{3}$ OA…⑧です。円Oの面積＝ OA × OA ×円周率…⑨、円O′の面積＝ OR × OR ×円周率と⑧より、円O′の面積＝$\frac{1}{3}$× OA × OA ×円周率…⑩なので、⑨⑩より、円O′の面積は、円Oの面積の$\frac{1}{3}$です。したがって、正しく図が描けていることがわかりました。