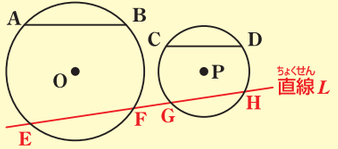
チャレンジ問題〔解答・解説〕

「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、7面をご覧ください。

企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

中心Oの円Oとその弦AB、中心Pの円Pとその弦CDが与えられているとき、図のように円Oと点EとF、円Pと点GとHで交わり、AB＝EF、CD＝GHとなるような直線Lをコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



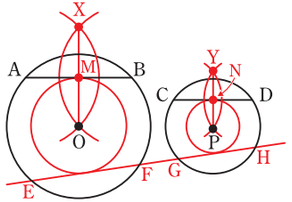
描き方

Aを中心とし半径AOの円Aと、Bを中心とし半径BOの円Bを描き、2円A、Bの交点のうちOでない方をXとします。

Cを中心とし半径CPの円Cと、Dを中心とし半径DPの円Dを描き、2円C、Dの交点のうちPでない方をYとします。

線分OXを描き、ABとOXの交点をM、線分PYを描き、CDとPYの交点をNとします。

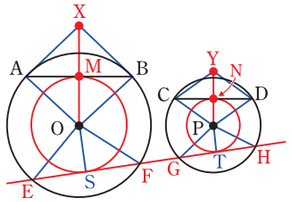
Oを中心とし半径OMの円O′とPを中心とし半径PNの円P′を描き、本文の記事のようにして、図の円O′と円P′の共通接線EFGHを描けば、この直線が求めるものになっています。



証明

図の描き方から、OAXBはひし形…①、PCYDはひし形…②です。

問題1と同様にして、①よりOXはABの垂直二等分線で、OM⊥AB…③、②よりPYはCDの垂直二等分線で、PN⊥CD…④です。



点SをEFと円O′の接点…⑤、点TをGHと円P′の接点…⑥とおきます。

「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、⑤よりOS⊥EF…⑦、⑥よりPT⊥GH…⑧です。

△OAM、△OBM、△OES、△OFSにおいて、③⑦とOM＝OS（円O′の半径）、OA＝OB＝OE＝OF（円Oの半径）より、「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ことから、△OAM、△OBM、△OES、△OFSはぴったり重なります。

よって、AM＝BM＝ES＝FSなので、AB＝EF…⑨です。同様にして、△PCN、△PDN、△PGT、△PHTはぴったり重なるとわかり、CN＝DN＝GT＝HTなので、CD＝GH…⑩です。

⑨⑩より、正しく図が描けていることがわかりました。