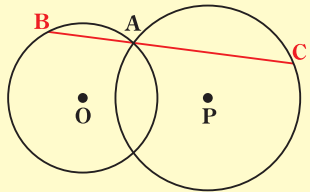




2交点を持つ中心O、Pの2円O、Pが与えられているとき、2交点の1つをAとします。Aを通る直線が図のように円O、Pのそれぞれと点B、Cで交わり、 $2AB = AC$ となるようにコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

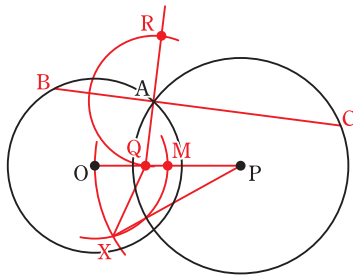


描き方

線分OPの中点Mを本文のように描き、Oを中心とし半径OMの円O'とPを中心とし半径OPの円P'を描きます。円O'と円P'の2つの交点のうちの1つをXとします。

XOとXPのなす角の二等分線を本文のように描き、OPとの交点をQとします。

QAのAの方への延長線を描き、Aを中心とし半径AQの円との2つの交点のうちQではない方をRとします。

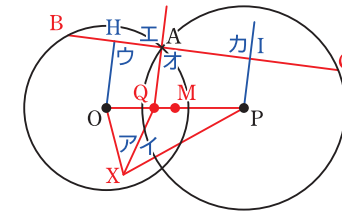


線分QRの垂直二等分線を本文のように描き、円O、Pとの交点のうちAではない方を、それぞれB、Cとすると、このB、Cが求める点になっています。

証明

BC上に点H、Iを、 $OH \perp BC$ …①、 $PI \perp BC$ …②となるようにとり、図のように角Aから力をおきます。

図の描き方から $OX : PX = OM : OP = 1 : 2$ …③、角A = 角イ…④、 $AQ \perp BC$ …⑤です。本文でふれた「角の二等分線と比の性質」から、



③④より、 $OQ : QP = OX : PX = 1 : 2$ …⑥です。

①⑤より角ウ = 角エなので、「錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、 $OH \parallel AQ$ …⑦です。

②⑤より角オ = 角カなので、「錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である」ことから、 $PI \parallel AQ$ …⑧です。

⑦⑧より、 $OH \parallel AQ \parallel PI$ なので、「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比は常に等しい」ことから、 $HA : AI = OQ : QP$ …⑨です。⑥⑨より、 $HA : AI = 1 : 2$ …⑩です。

ここで、問題1 から、①より $AH = HB$ …⑪、②より $AI = CI$ …⑫なので、⑩⑪⑫より $AB : AC = 2HA : 2AI = 1 : 2$ 、よって、 $2AB = AC$ です。したがって、図の描き方が正しいことがわかりました。