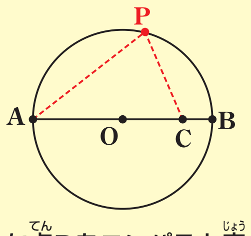
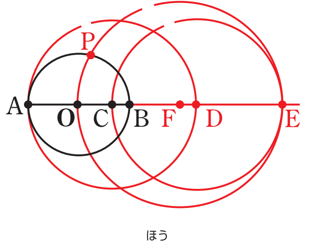
中心O、直径ABの円Oが与えられているとき、線分BO上に点CをAO:OC=3:2となるようにとります。Aを出発点として円内を進んでいく光が、円周上の点Pで1回反射して点Cにぶつかるような点Pをコンパスと定規を用いて1つ描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



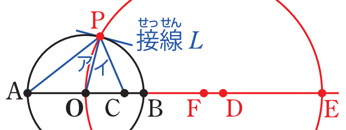
描き方

線分 AB の延長線と C を中心とし半径 AC の円 C を描き、直線 AB と円 C の２つの交点のうち A でない方を D とします。D を中心とし半径 CD の円 D を描き、直線 AB と円 D の２つの交点のうち C でない方を E とします。本文の問題のように線分 OE を直径とする円 F を描き、円 F と円 O の２つの交点のうちの１つを P とすると、この P が求める点になっています。



証明

図のように角ア、イをおき、点 P における円 O の接線を L とします。問題の仮定と図の描き方から AO：OC＝AE：EC＝３：２…① です。本文のアポロニウスの円を考えると、AX：XC＝３：２になる、点 X の軌跡は、①より、線分 AC を３：２に内分する点 O と線分 AB を３：２に外分する点 E を直径の両端とする円 F になります。



したがって、円 O と円 F の交点 P に対して、AP：PC＝３：２…② です。

△APC において、①②より、AP：PC＝AO：OC なので、「角の二等分線と比の性質の逆」から、角ア＝角イ…③です。「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、接線 L と半径 OP は垂直…④です。③④より、入射角アと反射角イが等しいので、点 A から点 P に進む光が円周上の点 P で反射すると、点 P から点 C に進んでいきます。したがって、図の描き方が正しいことがわかりました。