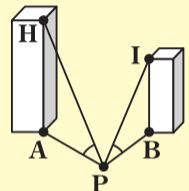
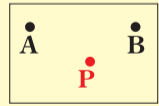




点A、Bが水平面上にあり、 $AH = 2BI$ である2つの直方体の建物が与えられています。点Pが、Pから点H、Iを見上げる角度が同じになるように水平面上を動くとき、点Pの軌跡をコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



水平面



描き方

2点A、Bを通る直線ABを描き、

問題1

のように線分AB内に

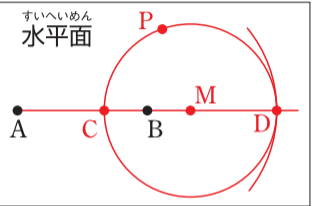
$AC : CB = 2 : 1$ となる点Cを描

きます。次に、Bを中心とし半径ABの円Bを描き、円Bと直線ABとの

2つの交点のうちAでない方の点をDとします。

本文の記事のように線分CDの中点Mを描き、Mを中心とし、

半径CMの円Mを描くと、この円が点Pの軌跡になります。



証明

右の図のように、角をアからエとおきます。

問題の仮定から、 $AH = 2BI$ …①、角ア =

角イ…②、角ウ = 角エ (= 90度) …③です。

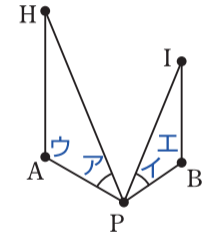
$\triangle PAH$ と $\triangle PBI$ において、「二角が互いに

等しい三角形は相似である」ことから、②

③より、 $\triangle PAH$ と $\triangle PBI$ は相似です。

したがって、対応辺の比は等しいので、 $AP : BP = AH : BI$ …④です。

①④より、 $AP : BP = 2BI : BI = 2 : 1$ …⑤です。



本文のアポロニウスの円を考えると、⑤より、点Pの軌跡は、

線分ABを2:1に内分する点と線分ABを2:1に外分する点を

直径の両端とする円周になります。

図の描き方から、 $AC : CB = 2 : 1$ より、点Cが線分ABを2:1

に内分する点であり、 $AB = BD$ より、点Dが線分ABを2:1

に外分する点になっています。そして、円Mが線分CDを直径

とする円になっているので、円Mが点Pの軌跡であるとわかり

ます。したがって、図の描き方が正しいことがわかりました。