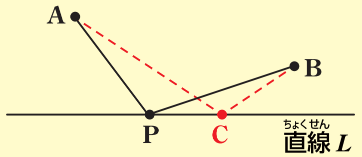
チャレンジ問題（解答・解説）

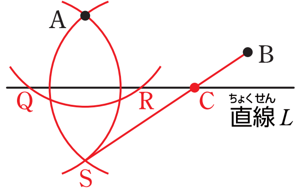
「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、7面をご覧ください。

企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

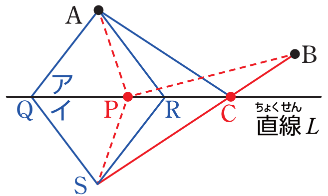
直線*L*に対し同じ側で直線上にない2点A、Bが与えられているとき、直線*L*上の点Pで、AP＋PBが最小になる点Pを点Cとします。点Cをコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



描き方 点Aを中心とし直線*L*と2点で交わるように円Aを描き2つの交点をQ、Rとします。Qを中心とし半径AQの円QとRを中心とし半径ARの円Rを描き、円Qと円Rの交点のうちAではない方をSとします。2点B、Sを通る直線を描き、直線BSと直線*L*の交点をCとすると、Cが求める点になっています。



証明 図のように角ア、イをおきます。図の描き方から、AQ＝AR＝QS＝RS…①です。「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、①とQRは共通より、△AQRと△SQRは、頂点がこの順番で対応するようにぴったり重なります。よって、角ア＝角イ…②です。「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、QA＝QS（①より）とQCは共通と②より、△AQCと△SQCはぴったり重なります。よって、AC＝SCなので、BS＝SC＋CB＝AC＋CB…③です。



直線*L*上にCではない点Pをとるとき、PがQでなければ、同様に考えて△AQPと△SQPはぴったり重なることがわかり、AP＝SPとわかります。
また、PとQが一致したとしても、AQとSQなので①よりAP＝SPです。
よって、AP＋PB＝SP＋PB…④です。
ここで 問題2 より、BS＜SP＋PB…⑤なので、③④⑤より、AC＋CB＜AP＋PBです。
よって、AP＋PBはPがCと一致するとき最小になるとわかります。
したがって、図の描き方が正しいことがわかりました。