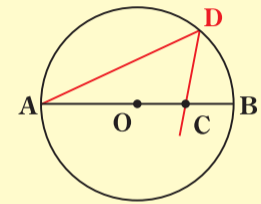
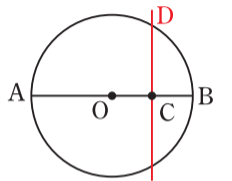


中心O、直径ABの円Oが与えられています。線分BOの中点をCとすると、Aを出発点として円内を進んでいく光が円周上の点Dで1回反射して点Cにぶつかるような光の軌跡を作図したいとします。点Dを1つコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



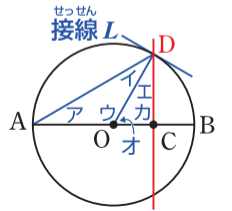
描き方

線分BOの中点Cを通る線分BOの垂直二等分線を描き、円Oとの2つの交点のうちの一つをDとすると、このDが求める点になっています。



証明

図のように角Aから角Cをおき、点Dにおける円の接線をLとします。円Oの半径なので、 $OA = OB = OD$ …①、問



題の仮定から、 $OC = BC$ …②、図の描き方から、 $\angle C = 90^\circ$ …③です。  
 ①②より、 $OD = OB = OC + CB = 2OC$ …④です。  
 本文の **問題1** から、③④より、 $\angle E = 30^\circ$ …⑤、 $\angle O = 60^\circ$ …⑥です。  
 「3点A、O、Cがこの順番で一直線上にあるならば、 $\angle A$ と $\angle C$ のなす角は $180^\circ$ 」であることから、 $\angle D = 180^\circ - \angle O$ …⑦です。  
 ⑥⑦より、 $\angle D = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ …⑧です。「三角形の内角の和は $180^\circ$ 」であることから、 $\angle A + \angle D = 180^\circ - \angle O$ …⑨です。

⑧⑨より、 $\angle A + \angle D = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ …⑩です。  
 「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、①より、 $\angle A = \angle D$ …⑪です。  
 ⑩⑪より、 $\angle A = \angle D = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$ …⑫です。  
 よって、⑤⑫より、 $\angle D = \angle E$ …⑬です。  
 「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、接線Lと半径ODは垂直…⑭です。  
 ⑬⑭より入射角Dと反射角Eが等しいので、点Aから点Dに進む光が円周上の点Dで反射すると、点Dから点Cに進んでいきます。したがって、図の描き方が正しいことがわかりました。