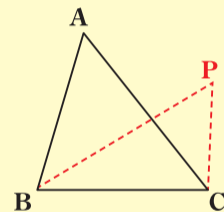




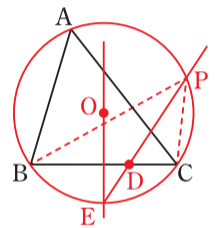
△ABCが与えられているとき、PBとPCのなす角がABとACのなす角と等しく、 $PB:PC=2:1$ となるような△PBCをコンパスと定規を用いて1つ描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



描き方

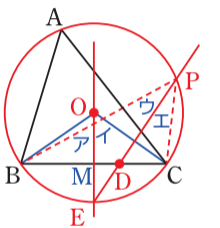
問題1

のように、線分BC上に点Dを $BD:DC=2:1$ になるようにとり、本文の記事のように、3点A、B、Cを通る中心Oの円を描きます。さらに、線分BCの垂直二等分線を描き、円Oとの2つの交点のうちの一つをEとします。そして、2点D、Eを通る直線を描き、円周との2つの交点のうちEではない方をPとします。すると、この点Pが求める点になっています。



証明

図のように角ア、イ、ウ、エをおき、線分BCの垂直二等分線とBCの交点をMとします。よって、 $BM=CM$ …①です。△OBMと△OCMにおいて、 $OB=OC$ (半径)…②、OMは共通…③なので、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、①②③より△OBMと△OCMはぴったり重なります。よって、角ア=角イ…④です。「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」



ことから、角ア=2×角ウ…⑤、角イ=2×角エ…⑥です。④⑤⑥より、 $2 \times \text{角ウ} = 2 \times \text{角エ}$ なので、角ウ=角エです。よって、本文の記事にも書いた角の二等分線と線分の比の関係から、 $BP:PC=BD:DC$ とわかりました。ここで、 $BD:DC=2:1$ なので、 $BP:PC=2:1$ …⑦です。また、「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、PBとPCのなす角とABとACのなす角は、OBとOCのなす角の半分です。よって、PBとPCのなす角とABとACのなす角は等しい…⑧とわかります。⑦⑧より、図が正しく描けていることが証明できました。