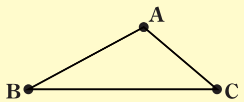
チャレンジ問題（解答・解説）

「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、6面をご覧ください。

企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

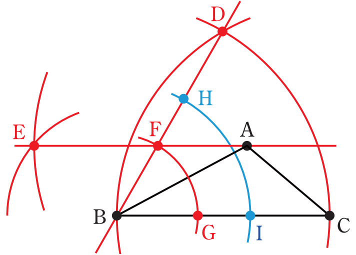
右の図の△ABCに対して、面積が等しい正三角形をコンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



描き方 点Bを中心とし半径BCの円Bと、点Cを中心とし半径BCの円Cを描き、円Bと円Cの交点のうち直線BCに対して点Aと同じ側にある方の点をDとします。点Aを中心とし半径BCの円Aと、点Bを中心とし半径ACの円Pを描き、円Aと円Pの交点のうち直線BCに対して点Aと同じ側にある方の点をEとします。

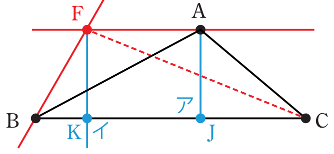
ここで、直線BDと直線AEを描き、その交点をFとし、点Bを中心とし半径BFの円と線分BCとの交点をGとします。

最後に、本文の記事にあるようにして、BG×BC＝BH×BHとなる点Hを直線BD上に描き、点Bを中心とし半径BHの円と線分BCとの交点をIとすると、△BHIが求める正三角形になっています。



証明 図の描き方から、BC＝BD＝CDなので、△BCDは正三角形…①です。
次に、図の描き方から、AE＝BC、BE＝AC、AB＝BAなので、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△ABEと△BACはぴったり重なります。

よって、ABとAEの間の角＝BAとBCの間の角なので、「錯角の位置の角が等しければ、その２直線は平行である」ことから、AE（AF）とBCは平行である…②とわかります。点Aを通りBCと垂直な直線と点Fを通りBCと垂直な直線を描き、図のように、点J、K、角ア、イをおきます。



角ア＝角イ（＝９０度）なので、「錯角の位置の角が等しければ、その２直線は平行である」ことから、AJとFKは平行である…③とわかり、②③より、AFKJは平行四辺形である…④とわかります。「平行四辺形の向かい合う辺は等しい」ことから、④より、AJ＝FK…⑤です。

よって、△ABCの面積＝BC×AJ×$\frac{1}{2}$＝BC×FK×$\frac{1}{2}$（⑤より）

＝△FBCの面積…⑥です。

また、図の描き方から、BH：BI＝BD：BC（＝１：１）、BHとBIの間の角＝BDとBCの間の角なので、「二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である」ことから、△BHIと△BCDは相似です。よって、①より、△BHIも正三角形です。

図の描き方から、BG×BC＝BH×BH、BG＝BF、BH＝BIなので、BF×BC＝BH×BIです。

したがって、問題１から、△FBCと正三角形BHIの面積が等しい…⑦とわかります。⑥⑦より、△ABCと正三角形BHIの面積が等しいとわかるので、この描き方で正しく図が描けていることが証明できました。