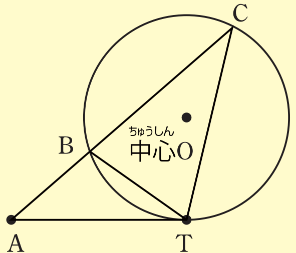
下の図において、AB×AC=AT×ATである。このとき、直線ATが円Oの点Tにおける接線であることを証明してみましょう。



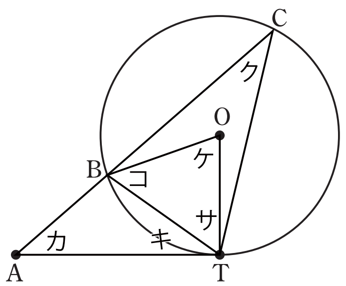
証明

図のように、角カ、キ、ク、ケ、コ、サとします。

△ABTと△ATCにおいて、AB×AC＝AT×ATより、AB÷AT＝AT÷ACなので、AB：AT＝AT：AC…①です。

また、角カは共通…②です。

「二辺の比とその間の角が互いに等しい三角形は相似である」ことから、①②より、△ABTと△ATCは相似です。



よって、角キ＝角ク…③です。

次に、「ある弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことから、角ケ＝2×角ク…④です。

そして、△OBTにおいて、「三角形の内角の和は180度である」ことから、角ケ＋角コ＋角サ＝180度…⑤です。

OBとOTは円Oの半径なので、OB＝OT…⑥です。

「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、⑥より、角コ＝角サ…⑦です。

④⑤⑦より、2×角ク＋角サ＋角サ＝180度なので、2×(角ク＋角サ)＝180度、すなわち、角ク＋角サ＝90度…⑧です。

③⑧より、角キ＋角サ＝90度なので、「ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直であるならば接線である」ことから、直線ATは円Oの接線であることが証明されました。