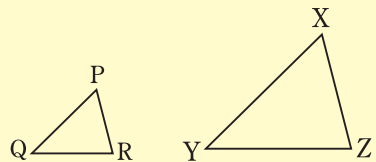




△PQRと△XYZにおいて、二辺の比とその間の角が互いに等しい、すなわち、 $PQ:PR=XY:XZ$ 、PQとPRの間の角=XYとXZの間の角、が成り立っているとき、△PQRと△XYZは相似になることを証明してください。



証明

問題文から、 $PQ:PR=XY:XZ$ …①

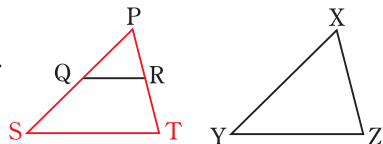
PQとPRの間の角=XYとXZの間の角…②です。

PQのQの方への延長線上に点Sを $PS=XY$ …③、PRのRの方への延長線上に点Tを $PT=XZ$ …④となるようにとります。

③より、 $PS=PQ \times \frac{XY}{PQ}$ …⑤、

④より、 $PT=PR \times \frac{XZ}{PR}$ …⑥

です。



①より、 $\frac{XY}{PQ}=\frac{XZ}{PR}$ なので、 $\frac{XY}{PQ} \left(=\frac{XZ}{PR}\right)$ の値を k とおくと、

⑤⑥より、 $PS=PQ \times k$ 、 $PT=PR \times k$ となり、

「△PSTは△PQRを点Pを中心に k 倍に拡大した三角形になっている」…⑦とわかります。

ここで、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、②③④より、「△PSTと△XYZはぴったり重なる」…⑧とわかります。

「片方の三角形を1つの頂点を中心に何倍かに拡大することで、もう一つの三角形とぴったり重なるようにできるなら、2つの三

角形は相似である」ことから、⑦⑧より、△PQRと△XYZは相似であることが証明できました。

※同様にして、「二角が互いに等しい三角形は相似になる」ことや、「三辺の比が互いに等しい三角形は相似になる」ことも証明できます。興味のある人は、証明してみるとよいでしょう。