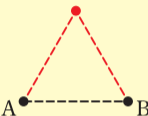
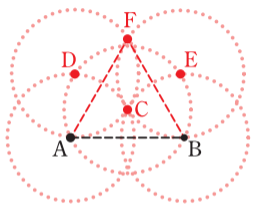




2点ABがあたえられているとき、線分ABを一辺とする正三角形を、定規とこわれてしまった半径の変えられないコンパスを使って描き、その描き方が正しいことを証明してください。ただし、こわれたコンパスの半径はABの半分より長く、ABより短いとします。

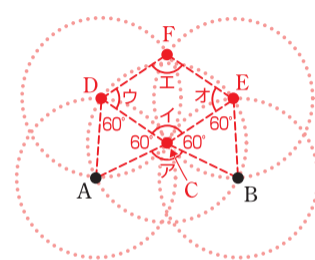


ABに対して、点Cと同じ側にある点をそれぞれ点D、Eとします。2点DとEのそれぞれを中心とする円Dと円Eを描き、それらの交点のうちCでない方をFとします。AB、BF、FAに直線を引くと、△ABFがABを一辺とする正三角形になります。



証明 コンパスの半径は変わらないので、図の描き方から、 $AC = BC = AD = CD = BE = CE = DF = EF$ …①です。①より、△ACDは正三角形…②、△BCEは正三角形…③です。「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、「正三角形の内角はすべて等しい」ことがわかるので、「三角形の内角の和は180度である」ことから、「正三角形の1つの内角は180度÷3=60度」とわかります。したがって、②③から、図のように60度の角がわかります。ここで、角ア、イ、ウ、エ、オを図のよ

うにとります。①より $CD = DF = FE = EC$ なので、共通な辺であるCFやDEを考えると、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△CDFと△CEFはぴったり重なり、△CDEと△FDEはぴったり重なります。よって、角ウ=角オ…④、角イ=角エ…⑤です。



「四角形の内角の和は360度である」ことと④⑤より、角イ+角オ=角ウ+角エ=360度÷2=180度なので、角オ=180度-角イとわかり、角オ+60度=180度-角イ+60度=240度-角イ…⑥です。ここで、角ア=360度-(60度×2+角イ)=240度-角イなので、⑥より、角オ+60度=角ア…⑦とわかります。また、①より $AC = CB = FE = EB$ …⑧です。「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、⑦⑧より、△ABCと△FBEはぴったり重なるとわかりました。同様に考えて、△ABCと△AFDもぴったり重なることが証明できるので、対応する辺であるAB、FB、AFはぴったり重なり、 $AB = FB = AF$ が証明できました。したがって、辺の長さがすべて等しいので、△ABFは正三角形です。