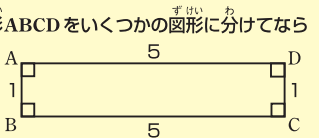
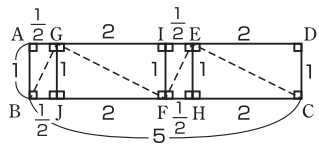




AB = CD = 1、AD = BC = 5の長方形ABCDをいくつかの図形に分けてならべなおすことで、面積5の正方形ができることを証明してみましょう。



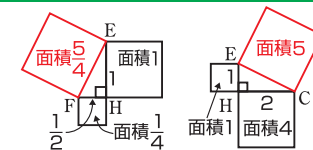
証明 色々な分け方がありますが、ここではどんな長方形(例えばたて1、横3)でも通用する方針(分割の仕方は、長方形のサイズに応じて変わります)でやってみます。問題の設定から、ABCDは長方形、AB = 1、BC = 5です。**問題1**の証明と同様に考え、点E、F、G、H、I、Jを、ABJG、



GJFI、IFHE、EHCDが長方形…①であり、AG = BJ = IE = FH = $\frac{1}{2}$ …②、GI = JF = ED = HC = 2…③、AB = GJ = IF = EH = DC =

1…④となるようにとることができます。

ピタゴラスの定理「直角三角形の直角をはさむ二辺の上の2つの正方形の面積の和が、直角の向かいの斜辺の上の正方形の面積と等しい」を考えると、右の図のように、



△EFHのEFの上の正方形の面積は $\frac{5}{4}$ とわかり、△CEHのCE

の上の正方形の面積は5とわかります。すると、△CEFのそれ

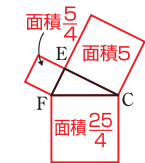
ぞれの辺の上の正方形の面積は、右の図のようになります。こ

で、面積5の正方形KLMNを考えます。KL、KNの中点をそれ

ぞれP、Sとおき、NM、LM上に点R、QをPRとKLが垂直、SQとKNが垂直にな

るようにとると、**問題1**の証明と同様に考えて、KPRN、PLMR、KLQS、SQMN

は長方形になります。さらに、PRとSQの交点をTとおくと、**問題1**の証明から、



「KPTSは長方形で、KP = ST、KS = PT」とわかるので、P、Sが正方形KLMNの辺の中点よりKP = KSであることから、四辺が等しいとわかり、KPTSは正方形…⑤とわかります。同様に考えて、PLQT、QMRT、RNSTも正方形…⑥です。⑤⑥と正方形KLMNの面積が5であることから、正方形KPTSの面積は $\frac{5}{4}$ です。

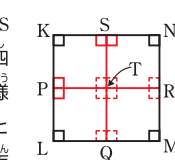
したがって、△KPNの辺KNとKPの上の正方形の面積は5

と $\frac{5}{4}$ なので、ピタゴラスの定理「直角三角形の直角をはさむ

二辺の上の2つの正方形の面積の和が、直角の向かいの斜

の上の正方形の面積と等しい」を考えると、辺PNの上の正

方形の面積は $\frac{25}{4}$ になります。



よって、面積が同じ正方形同士の辺の長さは同じであることと、三辺の上の正方形の面積が互いに同じことから、「三辺の長さが互いに等しい三角形はぴったり重なる」という原理を考

えて、△EFCと△KPNはぴったり重なる…⑦とわかります。「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴった

り重なる」ことから、①②③④より、△ABG、△JBG、△IFE、△HEFはぴったり重なる…⑧、△GJF、△FIG、△EHC、△CDEはぴったり重なる…⑨とわかります。同様に考

えると、△KPNと△PLRもぴったり重なるわかるので、**問題2**の結果も考えて、△KPN、△RNP、△PLR、△MRLはぴったり重なる…⑩とわかります。

したがって、⑧⑨の三角形を1つずつ選んで△EFCに重ねることができるので、⑦⑧

⑨⑩を考えて、長方形ABCDを△ABG、△GBF、△FEG、△EFC、△CDEに分けてなら

べかえることで、面積5の正方形KLMNができるとわかりました。

