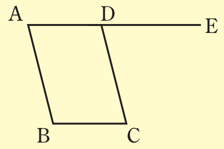
チャレンジ問題〔解答・解説〕

「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、6面をご覧ください。

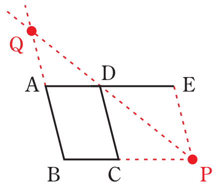
企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

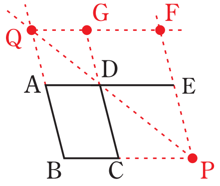
平行四辺形ABCDと、辺ADのDの方への延長線上の点Eが、図のように与えられています。このとき、平行四辺形ABCDと面積の等しい平行四辺形DEFGを、点D、E、F、Gがこの順番に平行四辺形の4頂点になり、点Gが辺CDのDの方への延長線上にあるように、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを、面積を数値で表す考え方を使わずに、証明してみましょう。



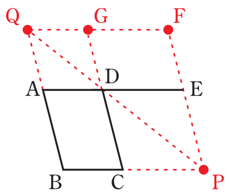
描き方 **問題1** と同様にして、平行四辺形CDEPを描きます。線分BAをAの方へ延長した直線と線分PDをDの方へ延長した直線を描き、それらの交点をQとします。

問題1 と同様にして、平行四辺形DAQGを描きます。線分PEをEの方へ延長した直線と線分QGをGの方へ延長した直線を描き、それらの交点をFとします。すると四角形DEFGが求める平行四辺形になります。





証明 問題の仮定より、
四角形ABCDは平行四辺形…①です。
また、図の描き方から、
四角形CDEPは平行四辺形…②
四角形DAQGは平行四辺形…③です。
すると、①②より、BQ、CG、PFは平行なので、
辺DGと辺EFは平行…④、辺BQと辺PFは平行…⑤です。
また、①③より、BP、AE、QFは平行なので、辺DEと辺GFは平行…⑥、
辺BPと辺QFは平行…⑦です。
よって、
④⑥より、四角形DEFGは平行四辺形…⑧
⑤⑦より、四角形BPFQは平行四辺形…⑨です。



ここで、本文に出てきた「平行四辺形を対角線で分けてできる2つの三角形の面積は等しい」…☆を使うと、
☆と②より、△CDPと△EDPの面積は等しい…⑩
☆と③より、△ADQと△GDQの面積は等しい…⑪
☆と⑨より、△BPQと△FPQの面積は等しい…⑫
とわかります。
よって、⑩⑪⑫より、
平行四辺形ABCDの面積
=△BPQの面積−△CDPの面積−△ADQの面積
=△FPQの面積−△EDPの面積−△GDQの面積
=平行四辺形DEFGの面積です。
以上で、正しく図が描けていることが証明できました。