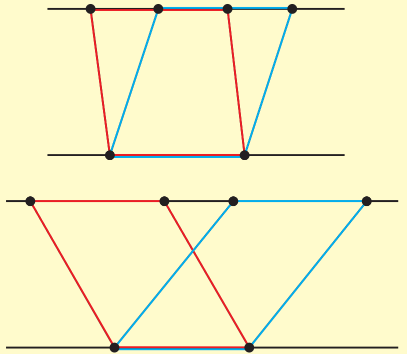
2つの平行四辺形が共通の底辺をもち、その底辺の向かい側の辺が、同一直線上にあるならば、それら2つの平行四辺形の面積は等しいことを、面積を数値で表す考え方を使わずに、証明してみましょう。



証明 異なる2つの平行四辺形の辺が交わらない場合（図1）と交わる場合（図2）の両方の場合を証明します。

図1、図2のように、点A、B、C、D、E、F、Gをおきます。

図1

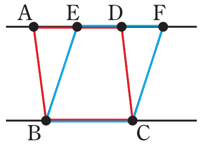
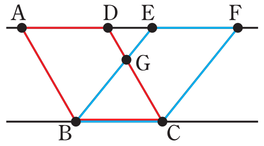


図2



どちらの図の場合でも、**問題2**より、「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ことから、平行四辺形ABCDにおいて、

AB=DC…①、AD=BC…②

平行四辺形EBCFにおいて、

BE=CF…③、BC=EF…④ となります。

よって、②④より、AD=EF…⑤ です。

⑤より、

図1では、AE=AD−ED=EF−ED=DF

図2では、AE=AD+DE=DE+EF=DF

よって、どちらの場合でも、AE=DF…⑥ です。

①③⑥より、「三辺が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、

△ABEと△DCFはぴったり重なります。

よって、△ABEの面積=△DCFの面積…⑦ です。

図1の場合、⑦より、

平行四辺形ABCDの面積

=△ABEの面積+台形BCDEの面積

=△DCFの面積+台形BCDEの面積

=平行四辺形EBCFの面積となります。

図2の場合、⑦より、

平行四辺形ABCDの面積

=△ABEの面積−△DEGの面積+△BCGの面積

=△DCFの面積−△DEGの面積+△BCGの面積

=平行四辺形EBCFの面積となります。

以上から、図1と図2のどちらの場合でも2つの平行四辺形の面積が等しいことが証明できました。