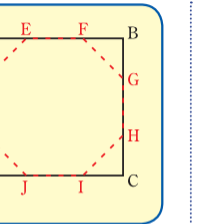
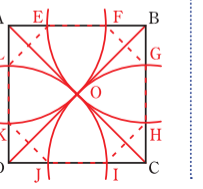


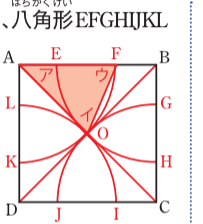
正方形ABCDが与えられているとき、右の図のように、その正方形と四辺が重なるような正八角形EFGHIJKLを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



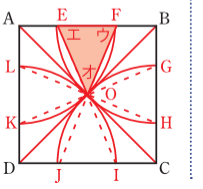
**描き方** 正方形ABCDの対角線を描き、その交点をOとすると、本文の**問題2**より、 $OA=OB=OC=OD$ …①です。中心がA、B、C、Dで、半径OAの円を、それぞれ描き、それらの円と正方形の辺との交点を、右の図



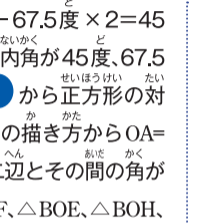
のように、E、F、G、H、I、J、K、Lとおきます。すると、八角形EFGHIJKLが正方形ABCDと四辺が重なる正八角形になります。  
**証明** △AOFにおいて、右の図のように、角ア、イ、ウをおきます。図の描き方より、 $AO=AF$ なので、「二等辺三角形の底角は等しい」ことから、角イ=角ウ…②です。また、本文の**問題1**より、角ア=45度…③です。



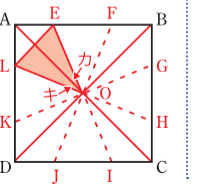
②③と「三角形の内角の和は180度である」ことから、角イ=角ウ= $(180度-45度) \div 2 = 67.5度$ …④です。さらに、△OEFにおいて、右の図のように、角エ、オをおきます。△BOEにおいて、△AOFと同様に考えると、角エ=67.5度…⑤です。△OEFにおいて、④⑤と「三角



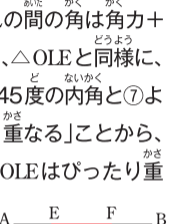
形の内角の和は180度である」ことから、角オ= $180度-67.5度 \times 2 = 45度$ です。『△OGH、△OIJ、△OKLも△OEFと同様に3つの内角が45度、67.5度、67.5度の三角形です。』…⑥。ここで、本文の**問題1**から正方形の対角線により正方形の内角が45度ずつにわけられ、①と図の描き方から $OA=OB=OC=OD=AF=BE=BH=CG=CJ=DI=DL=AK$ なので、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△AOF、△BOE、△BOH、△COG、△COJ、△DOI、△DOL、△AOKはぴったり重



なります。よって、 $OE=OF=OG=OH=OI=OJ=OK=OL$ …⑦です。次に、△OLEについて考えます。OAとOEの間の角を角カ、OAとOLの間の角を角キとすると、角カ=角イ-角オ= $67.5度-45度=22.5度$ です。△AOKと△OKL



で同様に考えると、角キ=22.5度です。よって、OEとOLの間の角は角カ+角キ= $22.5度 \times 2 = 45度$ です。『△OFG、△OHI、△OJKも、△OLEと同様に、頂点Oにおける内角が45度の三角形です。』…⑧。⑥⑧の45度の内角と⑦より、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△OEF、△OFG、△OGH、△OHI、△OIJ、△OJK、△OKL、△OLEはぴったり重なります。よって、 $EF=FG=GH=HI=IJ=JK=KL=LE$ です。



また、△OEFの67.5度の内角と対応するそれぞれの三角形の67.5度の内角を考えると、八角形EFGHIJKLの内角はすべて $67.5度 \times 2 = 135度$ です。よって、八角形EFGHIJKLは正方形ABCDと四辺が重なる正八角形です。  
 ☆=67.5度

