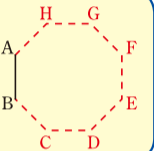
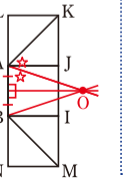


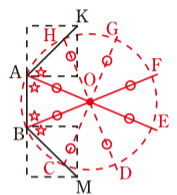
線分ABが与えられているとき、線分ABが一边となるような正八角形ABCDEFGHを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



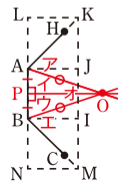
描き方 本文の記事でやったように、線分ABを一边とする正方形ABIJを描き、さらに、右の図のように、正方形AJKL、正方形BIMNを描きます。次に、AKとABのなす角の二等分線とABの垂直二等分線を、第2回(2月18日付)、第4回(4月21日付)の連載と同様に描き、それらの交点をOとします。



そこで、Oを中心とし半径OAの円Oを描き、円OとAKの交点をH、円OとBMの交点をCとします。さらに、直線HO、AO、BO、COのOの方への延長線と円Oの交点をそれぞれD、E、F、Gとすると、八角形ABCDEFGHは、線分ABが一边となるような正八角形です。

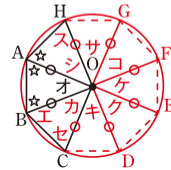


証明 次の図のように、角アからオをおきます。問題1と同様にして、△AJKと△ALKはぴったり重なるので、AKとAJのなす角は、AKとALのなす角と等しくなります。よって、AKとAJのなす角は、正方形AJKLのひとつの内角90度の半分の45度です。また、AJとABのなす角は、正方形ABIJのひとつの内角なので90度です。

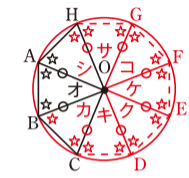


よって、AHとABのなす角である角ア+角イは、 $45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ になり、AOは角の二等分線なので、 $\text{角ア} = \text{角イ} = 135^\circ \div 2 = 67.5^\circ$ になります。ここで、ABの中点をPとすると、△OAPと△OBPは、図の描き方から、「二辺とその間の角が互いに等しい」のでぴったり重なります。よって、 $OA = OB$ となり、△OABにおいて、「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\text{角ウ} = \text{角イ} = 67.5^\circ$ です。したがって、「三角形の内角の和は180度」より、 $\text{角オ} = 180^\circ - (\text{角イ} + \text{角ウ}) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ になります。

次に右の図のように、角カから角セをおき、ここまででわかった67.5度の角を☆とおきます。△OAHにおいて、 $OA = OH$ (半径)より、「二等辺三角形の底角は等しい」ので、角スも67.5度(☆)になります。よって、△OABと同様に考えて、角シは45度になります。△OBCでも同



様に、角セと角工は67.5度、角カは45度です。さらに、「対頂角は等しい」ので、 $\text{角ケ} = \text{角オ} = 45^\circ$ 、 $\text{角コ} = \text{角カ} = 45^\circ$ 、 $\text{角ク} = \text{角シ} = 45^\circ$ 、 $\text{角サ} = \text{角キ}$ になり、角オから角シの8つの角の和は360度なので、 $\text{角サ} = \text{角キ} = (360^\circ - 45^\circ \times 6) \div 2 = 45^\circ$ となります。



以上から、OAからOHは半径で、角オから角シがすべて45度で等しいので、「二辺とその間の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、△OAB、△OBC、……、△OHAの8つの三角形は、ぴったり重なります。したがって、対応する八辺AB、BC、……、HAはすべて等しく、角オから角シ以外の対応する角はすべて☆(67.5度)になります。つまり、八角形ABCDEFGHは、八辺がすべて等しく、8つの内角が、すべて☆2つ分で等しいとわかったので、正八角形になっているとわかりました。