



コンパスと定規で描ける図形の世界



<https://www.seg.co.jp/blog-category/math-world/>

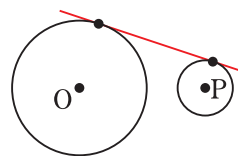
ユークリッド
幾何の世界

第17回

2円に接する直線を描いてみよう

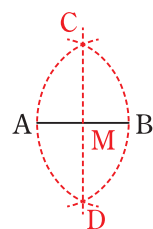


今回は、半径の異なる円Oと円Pの両方に接する右の図のような直線をどう描くかについて考えます。



作図法の確認

中点の描き方を確認しておきます。線分ABが与えられているとき、点Aを中心とし半径ABの円と点Bを中心とし半径ABの円を描き、その2円の交点をC、Dとします。このとき、2点C、Dを通る直線を描けば、ABとCDの交点Mが線分ABの中点になっています。証明を知りたい人は、第3回（2025年3月20日）の記事を見てください。

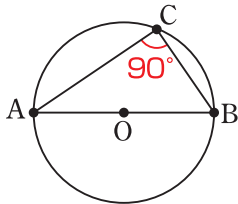


円の性質と円の接線になるための条件

ここで、円の性質と円の接線になるための条件を確認しておきます。（証明などを詳しく知りたい方は、4月16日付けの第16回の記事を読んでみてください。）

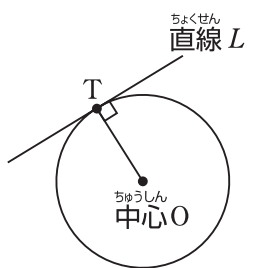
円の性質

『円の直径を一辺とし、円周上に3つ目の頂点がある三角形は、直径を斜辺とする直角三角形である』



円の接線になるための条件

『中心がOである円Oの円周上の点Tを通る直線Lは、半径OTと垂直であるならば接線である』、すなわち、『ある円の円周上の点を通る直線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直ならば接線である』



この2つの原理は、2円に接する直線を描くために大切な役割を果たします。

直角三角形が合同になるための条件は？

根本原理に載せてありますが、今までの連載のなかで、三角形が合同になるための条件を3つ確認してきました。ここでは、直角三角形という特別な三角形に対する合同条件を確認しておきましょう。

問題1

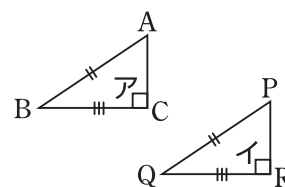
「直角三角形の斜辺（直角の向かいの辺）とほかの1辺が互いに等しい三角形は合同である」ことを、「三辺が互いに等しい三角形は合同である」という根本原理を使って証明してください。

考え方

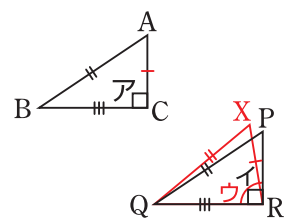
合同であるということは、対応する3つの辺も3つの角もぴったり重なって等しくなるので……。

証明

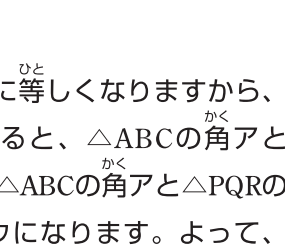
2つの三角形を△ABCと△PQRとし、△ABCのACとBCの間の角が直角（アとします）、△PQRのPRとQRの間の角が直角（イとします）、斜辺AB=PQ、ほかの1辺BC=QRとします。



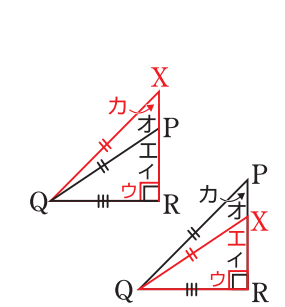
さらに、点Qを中心とし半径ABの円と点Rを中心とし半径ACの円の2つの交点のうち、直線QRに対して、Pと同じ側にある点をXとします。すると、図の描き方から、△ABCと△XQRは、三辺が互いに等しいので、合同です。



つまり、三角形の対応する3つの角が互いに等しくなりますから、△XQRの二辺XRとQRの間の角をウとすると、△ABCの角アと△XQRの角ウは等しくなります。ここで、△ABCの角アと△PQRの角イも等しかったので、結局、角イ=角ウになります。よって、辺XRと辺PRが重なるようになります。



ここで、点XとPが一致しないと仮定し（右の図のように2通りあります）、図のように、角工、オ、カをおきます。どちらの場合でも、「三角形の内角の和は180度である」ことから、角工と角力は、90度より小さいです。



また、「3点X、P、Rがこの順で一直線上にあるならば、PXとPRのなす角が180度である」ことから、角オ=180度-角工なので、角オは90度より大きくなり、90度より小さい角カと90度より大きい角オは等しくなることになりません。

ところが、△PQXで、QP=QXより、「二等辺三角形の底角は等しい」ことから角オ=角カなので、矛盾が起こります。したがって、XとPは一致するとわかりました。

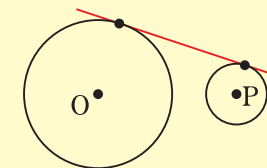
以上から、△XQRと△PQRは3つの頂点の位置が一致したので、ぴったり重なる、すなわち、合同であるとわかりました。△ABCと△XQRも合同なので、結局、△ABCと△PQRは合同であることが証明できました。

2円に接する直線を描いてみよう

では、いよいよ、半径の異なる円Oと円Pの両方に接する直線を描いてみることにしましょう。今回のチャレンジ問題にするので、がんばって考えてみてくださいね。

チャレンジ問題

中心がOとPで半径の異なる円Oと円Pが与えられているとき、それら2円の両方に接する直線を描く方法を、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



考え方

円の性質と円の接線になるための条件を上手く使って考えてみましょう。第15回の記事を読んだ人は、第15回のチャレンジ問題をどう解決したかを思い出してみるとよいでしょう。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

（図を描くときの注意）

・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

（根本原理）

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形は合同（ぴったり重なる）である。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形は合同である。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形は合同である。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度である。
- ・対頂角は等しい。
- ・直線LとL上でない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本だけ存在する。
- ・2直線において錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい。
- ・三角形の内角の和は180度である。
- ・三角形の2つの内角の和は、残りの内角の外角と等しい。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。