



新数学の世界

のぞいてみよう

執筆・編集：佐藤 太郎

コンパスと定規で描ける図形の世界

過去の記事の目次はこちらから



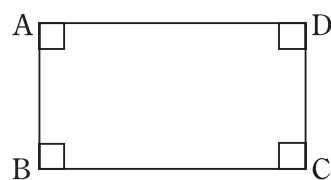
<https://www.seg.co.jp/blog-category/math-world/>

ユークリッド
幾何の世界

第14回 たてとよこの長さが与えられた長方形を描いてみよう



今回は、たてとよこの長さが与えられた長方形を、コンパスと定規を用いてどう描くかを考えていきます。長方形は、4つの内角がすべて直角である四角形のことです。

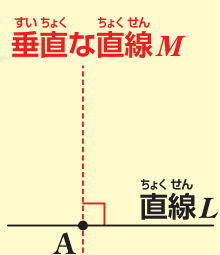


垂直な直線を描いてみよう

長方形を描く準備として、ある直線とその直線上のある点と与えられているとき、その点を通り、その直線と垂直な直線をコンパスと定規を用いてどう描くかを考えてみましょう。

問題1

直線LとL上の点Aが与えられているとき、その点Aを通りLと垂直な直線Mを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

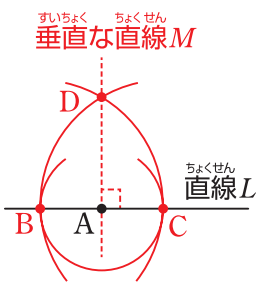


考え方

この連載で、以前、線分の垂直二等分線を描いたことを思い出すとヒントになるでしょう。ひし形や二等辺三角形をうまく利用することを考えましょう。

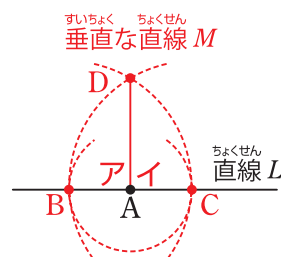
描き方

点Aを中心とする円を1つ描き、その円と直線Lとの交点をB、Cとします。次に、点Bを中心とする半径BCの円と点Cを中心とする半径BCの円を描き、それら2円の交点のうち1つをDとします。2点AとDを通る直線を描けば、その直線が点Aを通り直線Lと垂直な直線Mになります。



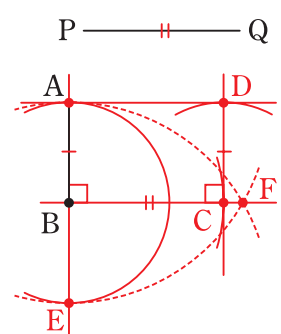
証明

△ABDと△ACDにおいて、図の描き方から、 $AB=AC$ 、 $DB=DC$ 、 $AD=AD$ となります。したがって、「三辺が互いに等しい三角形は合同である」ので、△ABDと△ACDは合同です。よって、ABとADのなす角AとACとADのなす角イは、ぴったり重なるので、等しいとわかり、角Aと角イが直角であることがわかります。よって、直線ADは直線Lと垂直になっています。



長方形をなるべく簡単に描くには？

それでは、今回のテーマであるたてとよこの長さが与えられた長方形をどう描くかを考えていきましょう。右の図のように、線分ABとPQが与えられているとき、たてがABで、よこの長さがPQと同じ長方形ABCDをコンパスと定規で作図することを考えます。



長方形は4つの内角がすべて直角である四角形ですから、まずは点Bを通りABと垂直な直線を描こうと思います。そのためには、問題1のように作図をするので、2点A、Bを通る直線ABを描き（定規の使用1回目）、点Bを中心とし半径がABの円を描き（コンパスの使用1回目）、その円と直線ABとの2つの交点のうちAではない方をEとします。

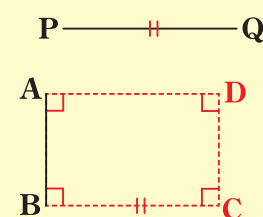
そして、点Aを中心とし半径AEの円Aを描き（コンパスの使用2回目）、点Eを中心とし半径AEの円Eを描きます（コンパスの使用3回目）。円Aと円Eの2つの交点のうち1つを点Fとし、2点B、Fを通る直線を描き（定規の使用2回目）、点Bを中心とし半径PQの円を描き（コンパスの使用4回目）、その円と直線BFの交点の1つをCとします。さらにCを通り直線BFと垂直な直線（コンパスを3回、定規を1回使って）同様に描き（ここまででコンパスを合計7回、定規を合計3回使っています）、点Cを中心とし半径ABの円を描いて（コンパスの使用8回目）、Cを通り直線BFと垂直な

直線とその円の2つの交点のうち、直線BFに対して点Aと同じ側にある点をDとすると、これで作図したかった長方形の4頂点A、B、C、Dが決まります。

最後に2点A、Dを通る直線を定規で描けば（定規の使用4回目）、定規とコンパスを合計で12回使って作図したかった長方形ABCDが描けています。ここで、今回のチャレンジ問題です。この長方形ABCDを、コンパスと定規を使う回数をなるべく少なくして描く作図法を考えてみてほしいと思います。がんばってチャレンジしてみてくださいね。

チャレンジ問題

線分ABとPQが与えられているとき、 $BC=PQ$ となる長方形ABCDを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし、定規とコンパスは合計で9回までしか使えないこととします。



考え方

本文の描き方から使う回数を減らすには……。

証明のための根本原理と図を描くときの注意

（図を描くときの注意）

・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

（根本原理）

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。コンパスで、与えられた点を中心とし、与えられた半径の円が描ける。
- ・三辺が互いに等しい三角形は合同（ぴったり重なる）である。
- ・二辺とその間の角が互いに等しい三角形は合同である。
- ・一辺とその両端の角が互いに等しい三角形は合同である。
- ・二等辺三角形の底角は等しい。逆に、二角が等しければ二等辺三角形である。
- ・3点A、B、Cがこの順番で一直線上にあるならば、BAとBCのなす角は180度である。
- ・対頂角は等しい。
- ・直線LとL上ない点Aが与えられているとき、Aを通りLに平行な直線は1本だけ存在する。
- ・2直線において錯角の位置の角が等しければ、その2直線は平行である。逆に、2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい。
- ・三角形の内角の和は180度である。
- ・三角形の2つの内角の和は、残りの内角の外角と等しい。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。